НА ДОПОМОГУ ВЧИТЕЛЮ

БАГАТОВАРІАНТНІ РІЗНОРІВНЕВІ ОДНОТИПНІ ЗАДАЧІ НА РІВНОБІЧНІ ТРАПЕЦІЇ І РІЗНОСТОРОННІ ТРИКУТНИКИ

С. П. Цуренко, вчитель-методист математики ЗОШ I–III ступенів, смт Краснопілля, Сумська обл.

З метою оволодіння учнями практичних умінь і навичок розв'язувати задачі учитель математики повинен мати достатню кількість різнорівневих однотипних задач і вправ тренувального характеру для домашніх і класних робіт, для факультативних занять.

Набір задач навчальних шкільних посібників і підручників з математики з окремих тем не завжди задовольняють учителя як кількісно, так і якісно. Це стосується тем з геометрії «Теорема Піфагора. Геометрія–8», «Формула Герона. Геометрія–9», «Розв'язування трикутників. Геометрія–9» та інших.

У статті пропонуються нові підходи до складання текстів завдань тренувальних вправ і задач. Автором розроблена нова методична технологія складання тексту однотипних багатоваріантних задач, яка дає змогу:

1) за допомогою умови однієї задачі збільшити кількість використання однотипних задач в десятки разів;
2) забезпечити кожного учня класу окремим варіантом для написання самостійної або контрольної роботи і прогнозувати відповіді до кожного варіанта;
3) задавати додому контрольні роботи;
4) залучати до перевірки правильності розв'язання однотипних задач учнів класу;
5) економити час на перевірку завдань, а за описаним учителем алгоритмом виставлення оцінки — учням самостійно оцінювати свої навчальні досягнення під час проведення тематичного контролю.

Пояснимо методичну технологію складання тексту однотипних багатоваріантних задач на задачах на рівнобічні трапеції і різносторонні трикутники з тем: «Теорема Піфагора», «Розв'язання трикутників», «Площі фігур», «Подібність фігур», «Рухи і вектори» тощо.

У 8 класі під час вивчення теореми Піфагора учням повідомляється про піфагорові трикутники. Це прямокутні трикутники, катети і гіпотенузи яких виражаються натуральними числами. Ці числа називаються піфагоровими трійками. Пошук цих натуральних чисел можна доручити комп'ютеру.

Для читача, який має доступ до комп'ютера, наведемо програми мовами BASIC і Pascal для пошуку цих натуральних чисел — трійок:

```
5   CLS
6   REM ПОШУК ТРІЙОК
20 FOR A=3 TO 100
30 FOR B=4 TO 100
40 FOR C=5 TO 100
50 IF A*A+B*B=C*C AND B>A
    THEN PRINT A; B; C
60 NEXT C,B,A
70 END
```

```
Program Teorema _Pifagora;
  uses crt;
    var
      a, b, c, k: integer;
    begin
      clrscr;
      k:=1;
      for a:=3 to 100 do
      for b:=4 to 100 do
      for c:=5 to 100 do
      if (a * a + b * b = c * c) and
                              (b>a) then
        begin
          write (a, ' ',b,' ',c);
          if k/5=trunc (k/5) then
                              writeln;
          gotoxy(16 * (k mod 5),
                              wherey);
          k: = k +1;
        end;
    end.
```

Результат виконання:

3 4 5	5 12 13	6 8 10	7 24 25	8 15 17
9 12 15	9 40 41	10 24 26	11 60 61	12 16 20
12 35 37	13 84 85	14 48 50	15 20 25	15 36 39
16 30 34	16 63 65	18 24 30	18 80 82	20 21 29
20 48 52	21 28 35	21 72 75	24 32 40	24 45 51
24 70 74	25 60 65	27 36 45	28 45 53	28 96 100
30 40 50	30 72 78	32 60 68	33 44 55	33 56 65
35 84 91	36 48 60	36 77 85	39 52 65	39 80 89
40 42 58	40 75 85	42 56 70	45 60 75	48 55 73
48 64 80	51 68 85	54 72 90	57 76 95	60 63 87
60 80 100	65 72 97			

Для складання тексту однотипних багатоваріантних задач проглянемо таблицю піфагорових трійок і виберемо з неї 30 пар трикутників з рівними катетами.

1) 12 5 13 і 12 9 15
2) 12 5 13 і 12 16 20
3) 12 5 13 і 12 35 37
4) 24 7 25 і 24 18 30
5) 15 8 17 і 15 36 39
6) 48 20 52 і 48 35 73
7) 48 14 50 і 48 20 52
8) 24 10 26 і 24 10 26
9) 24 10 26 і 24 32 40

10) 21 28 35 і 21 72 75
11) 24 10 26 і 24 18 30
12) 36 15 39 і 36 27 45
13) 48 20 52 і 48 36 60
14) 36 15 39 і 36 48 60
15) 48 20 52 і 48 64 80
16) 21 20 29 і 21 72 75
17) 30 16 34 і 30 72 78
18) 48 14 50 і 48 36 60
19) 36 27 45 і 36 50 85
20) 36 15 39 і 36 77 85
21) 18 24 30 і 18 80 82
22) 16 12 20 і 16 63 65
23) 8 6 10 і 8 15 17
24) 16 12 20 і 16 18 34
25) 24 18 30 і 24 45 51
26) 9 12 15 і 9 40 41
27) 60 11 61 і 60 25 65
28) 18 24 30 і 18 80 82
29) 16 30 34 і 16 63 65
30) 12 16 20 і 12 51 37

Взагалі, цих пар трикутників можна знайти більше ніж 30. Читач може самостійно доповнити ці пари, збільшивши цим кількість варіантів однотипних задач, які будемо одержувати далі, використовуючи ці пари.

Склавши кожну з пар трикутників так, щоб вони мали спільний катет, накладаємо в нижній вершині гострого кута другого трикутника третій трикутник, рівний першому трикутнику.

У результаті таких побудов одержуємо 30 рівнобічних трапецій, у яких спільний катет буде висотою трапецій, гіпотенузи рівних прямокутних трикутників — бічними сторонами трапецій, гіпотенузи другого трикутника — діагоналями трапецій, більші основи трапецій будуть дорівнювати сумі довжин нерівних катетів першого і другого трикутника, а менші основи — різниці цих нерівних катетів. У такий спосіб будуємо 30 різних рівнобічних трапецій (див. *рис. 1*).

$$\Delta ABK = \Delta DCM,\ AB < BD.$$

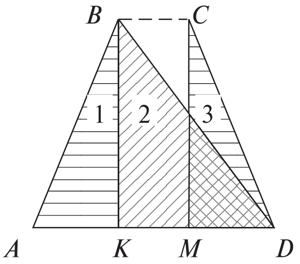

Рис. 1

Усі сторони, висота, діагональ, площа цих 30 трапецій виражаються натуральними числами, а радіус кола, описаного навколо трапеції, — раціональним числом.

Діагональ кожної з трапецій розбиває її на два трикутники: ΔABD — гострокутний і ΔBCD — тупокутний, причому ці два різносторонні трикутники мають по одній рівній висоті, яка виражається натуральним числом і дорівнює висоті трапецій.

Площі цих різносторонніх трикутників виражаються натуральними числами, їх площі раціонально обчислювати за формулою Герона, якщо ці 60 трикутників у текстах задач розглядаються відокремлено від трапецій.

Радіуси кіл, описаних навколо цих двох трикутників, однакові, і вони дорівнюють радіусу кола, описаного навколо трапеції, і виражаються раціональним числом.

Для складання текстів багатоваріантних однотипних задач складаємо дві таблиці.

У табл. 1 заносимо основи a і b, бічну сторону c, висоту h, діагональ d, площу S і радіус кола, описаного навколо трапеції R. (Усього 30 трапецій або 30 різних варіантів.)

У табл. 2 заносимо сторони описаних вище різносторонніх трикутників a, b і c, площі трикутників S, радіуси описаних кіл R, радіуси вписаних кіл r, зробивши відповідні обчислення площ і радіусів. (Усього 60 трикутників або 60 різних варіантів.)

Таблиця 1

№	a	b	c	h	d	S	R
1	4	14	13	12	15	108	$8\frac{1}{8}$
2	11	21	13	12	20	192	$10\frac{5}{6}$
3	30	40	13	12	37	420	$20\frac{1}{24}$
4	11	25	25	24	30	432	$15\frac{5}{8}$
5	28	44	17	15	30	540	$22\frac{1}{10}$
6	35	75	52	48	73	2640	$39\frac{13}{24}$
7	6	34	50	48	52	960	$27\frac{1}{12}$
8	35	55	26	24	51	1080	$27\frac{5}{8}$
9	22	42	26	24	40	768	$21\frac{2}{3}$
10	44	100	35	21	75	1512	$62\frac{1}{2}$
11	8	28	26	24	30	432	$16\frac{1}{4}$
12	12	42	39	36	45	972	$24\frac{3}{8}$
13	16	56	52	48	60	1728	$32\frac{1}{2}$
14	33	63	39	36	60	1728	$32\frac{1}{2}$
15	44	84	52	48	80	3072	$43\frac{1}{3}$
16	52	92	29	21	75	1512	$51\frac{11}{14}$
17	56	88	34	30	78	2160	$44\frac{1}{5}$
18	22	50	50	48	60	1728	$31\frac{1}{4}$
19	50	104	45	36	85	2772	$53\frac{1}{8}$
20	62	92	39	36	85	2772	$46\frac{1}{24}$
21	56	104	30	18	82	1440	$68\frac{1}{3}$
22	51	75	20	16	65	1008	$40\frac{5}{8}$
23	9	21	10	8	17	120	$10\frac{5}{8}$
24	18	42	20	16	34	480	$21\frac{1}{4}$
25	27	63	30	24	51	1080	$31\frac{7}{8}$

Закінчення табл. 1

26	28	52	15	9	41	360	$34\frac{1}{6}$
27	14	36	61	60	65	1500	$33\frac{1}{24}$
28	56	104	30	18	82	1440	$68\frac{1}{3}$
29	33	93	34	16	65	1008	$69\frac{1}{16}$
30	19	51	20	12	37	420	$30\frac{5}{6}$

Користуючись результатами таблиць 1 і 2, вчитель може складати тексти різноманітних багатоваріантних однотипних задач на обчислення і задач, що зводяться до складання квадратних рівнянь і систем рівнянь, задач на використання формул тригонометрії і подібності фігур, задач на декартові координати і вектори.

Розглянемо це на прикладах деяких задач.

Задача 1˙. Основи рівнобічної трапеції дорівнюють a і b, а бічна сторона c. Знайдіть діагональ трапеції. (Числові значення a, b і c вибираються вчителем із табл. 1.)

Відповідь. d.

Розв'язання цих однотипних задач (30 варіантів) зводиться до знаходження числових значень діагоналей, що обчислені в табл. 1. Це дає змогу вчителю чи учню швидко перевірити правильність розв'язання кожної із 30 задач, звіряючи знайдені числові значення d з поданими в табл. 1.

Задача 2˙. Сторони трикутника дорівнюють a, b і c. (Числові значення a, b і c вибираються вчителем із табл. 2.) Знайдіть площу трикутника, використовуючи формулу Герона.

Відповідь. S.

Розв'язання цих однотипних задач (60 варіантів) зводиться до знаходження числових значень площ трикутників, що обчислені в табл. 2. Це дає змогу вчителю чи учню швидко перевірити правильність розв'язання кожної із 60 задач, звіряючи знайдені значення S з поданими в табл. 2.

Таблиця 2

№	a	b	c	S	R	r	№	a	b	c	S	R	r
1	13	14	15	84	$8\frac{1}{8}$	4	31	29	92	75	966	$51\frac{11}{14}$	$9\frac{6}{7}$
2	13	4	15	24	$8\frac{1}{8}$	$1\frac{1}{2}$	32	29	52	75	546	$51\frac{11}{14}$	7
3	13	21	20	126	$10\frac{5}{6}$	$4\frac{2}{3}$	33	34	88	78	1320	$44\frac{1}{5}$	$13\frac{1}{5}$
4	13	11	20	66	$10\frac{5}{6}$	3	34	34	56	78	840	$44\frac{1}{5}$	10
5	13	40	37	240	$20\frac{1}{24}$	$5\frac{1}{3}$	35	50	50	60	1200	$31\frac{1}{4}$	15
6	13	30	37	180	$20\frac{1}{24}$	$4\frac{1}{2}$	36	50	22	60	528	$31\frac{1}{4}$	8
7	25	25	30	300	$15\frac{5}{8}$	$7\frac{1}{2}$	37	45	104	85	1872	$53\frac{1}{8}$	16
8	25	11	30	132	$15\frac{5}{8}$	4	38	45	50	85	900	$53\frac{1}{8}$	10
9	17	44	39	330	$22\frac{1}{10}$	$6\frac{3}{5}$	39	39	92	85	1656	$46\frac{1}{24}$	$15\frac{1}{3}$
10	17	28	39	210	$22\frac{1}{10}$	5	40	39	62	85	1116	$46\frac{1}{24}$	12
11	52	75	73	1800	$39\frac{13}{24}$	18	41	30	104	82	936	$68\frac{1}{3}$	$8\frac{2}{3}$
12	52	35	73	840	$39\frac{13}{24}$	$10\frac{1}{2}$	42	30	56	82	504	$68\frac{1}{3}$	6
13	50	34	52	816	$27\frac{1}{12}$	12	43	20	75	65	600	$40\frac{5}{8}$	$7\frac{1}{2}$
14	50	6	52	144	$27\frac{1}{12}$	$2\frac{2}{3}$	44	20	51	65	408	$40\frac{5}{8}$	6
15	26	55	51	660	$27\frac{5}{8}$	10	45	10	21	17	84	$10\frac{5}{8}$	$3\frac{1}{2}$
16	26	35	51	420	$27\frac{5}{8}$	$7\frac{1}{2}$	46	10	9	17	36	$10\frac{5}{8}$	2
17	26	42	40	504	$21\frac{2}{3}$	$9\frac{1}{3}$	47	20	42	34	336	$21\frac{1}{4}$	7
18	26	22	40	264	$21\frac{2}{3}$	6	48	20	18	34	144	$21\frac{1}{4}$	4
19	35	100	75	1050	$62\frac{1}{2}$	10	49	30	63	51	756	$31\frac{7}{8}$	$10\frac{1}{2}$
20	35	44	75	462	$62\frac{1}{2}$	6	50	30	27	51	324	$31\frac{7}{8}$	6
21	26	28	30	336	$16\frac{1}{4}$	8	51	15	52	41	234	$34\frac{1}{6}$	$4\frac{1}{3}$
22	26	8	30	96	$16\frac{1}{4}$	3	52	15	28	41	126	$34\frac{1}{6}$	3
23	39	42	45	756	$24\frac{3}{8}$	$9\frac{1}{7}$	53	61	36	65	1080	$33\frac{1}{24}$	$13\frac{1}{3}$
24	39	12	45	216	$24\frac{3}{8}$	$4\frac{1}{2}$	54	61	14	65	420	$33\frac{1}{24}$	6
25	52	56	60	1344	$32\frac{1}{2}$	16	55	30	104	82	936	$68\frac{1}{3}$	$8\frac{2}{3}$
26	52	16	60	384	$32\frac{1}{2}$	6	56	30	56	82	504	$68\frac{1}{3}$	6
27	39	63	60	1134	$32\frac{1}{2}$	14	57	34	93	65	744	$69\frac{1}{16}$	$7\frac{3}{4}$
28	39	33	60	594	$32\frac{1}{2}$	9	58	34	33	65	264	$69\frac{1}{16}$	4
29	52	84	80	2016	$43\frac{1}{3}$	$18\frac{2}{3}$	59	20	51	37	306	$30\frac{5}{6}$	$5\frac{2}{3}$
30	52	44	80	1056	$43\frac{1}{3}$	12	60	20	19	37	114	$30\frac{5}{6}$	3

Як видно з умови цих двох задач, використовуючи табл. 1 і табл. 2, можна одержати 90 задач з прогнозованими відповідями.

Але можна збільшити ресурс використаних задач у десятки і сотні разів шляхом введення в умову задачі порядкового номера учня в класному журналі, прогнозувати відповіді до кожної багатоваріантної задачі.

Пояснимо технологію складання тексту однотипних багатоваріантних задач з використанням порядкового номера учня в класному журналі на прикладах двох задач, які можна розглянути в 9 класі під час вивчення теми «Площі фігур», в яких для всіх 30 учнів класу можна прогнозувати відповідь, що буде пов'язана з порядковим номером учня в класному журналі і відповідати значенням табл. 1 (варіант 1) і табл. 2 (варіант 2).

Розв'яжіть задачу, де N — ваш порядковий номер у класному журналі.

Задача 3•• (а). Висота рівнобічної трапеції дорівнює $12N$ см, а її діагональ на $6N$ см більша за середню лінію трапеції. Знайдіть площу трапеції.

Відповідь. $108N^2$ см^2.

Якщо в класі 30 учнів, то за умовою цього завдання кожен з них, підставляючи в умову задачі свій порядковий номер, отримає для розв'язання окрему задачу.

Розв'яжемо цю задачу в загальному вигляді. (Учні розв'язують її за своїми порядковими номерами.)

Розв'язання. Нехай на *рис. 2* зображена трапеція *ABCD*, в якої

$$AB = CD,\ BK \perp AD,$$
$$BD = \left(0{,}5\left(BC + AD\right) + 6N\right) \text{ см.}$$

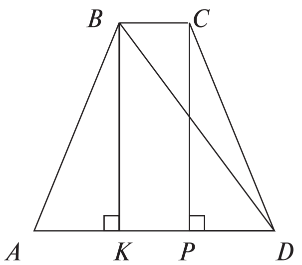

Рис.2

Площу трапеції обчислюємо за формулою:

$$S_{ABCD} = \frac{AD + BC}{2} \cdot BK.$$

Провівши $CP \perp AD$, можна довести, що

$$\frac{AD + BC}{2} = \frac{\left(AK + KP + PD\right) + BC}{2} = \frac{PD+KP+PD+KP}{2} = \frac{2KP+2PD}{2} = \frac{2\left(KP + PD\right)}{2} = KP + PD = KD.$$

Отже, $S_{ABCD} = KD \cdot BK.$

Позначивши $KD = x$ см, тоді $BD = \left(x+6\right) N$ см, учні за теоремою Піфагора із ΔBKD ($K = 90°$) дістають рівність $BK^2 + KD^2 = BD^2$ або $\left(12N\right)^2 + x^2 = \left(x+6N\right)^2$ (однотипні індивідуальні рівняння).

Якщо $N = 1$, то $12^2 + x^2 = \left(x+6\right)^2$,

якщо $N = 2$, то $24^2 + x = \left(x+12\right)^2$,

якщо $N = 3$, то

$$36^2 + x^2 = \left(x+18\right)^2,$$

…

якщо $N = 30$, то

$$360^2 + x^2 = \left(x+180\right)^2.$$

Розв'язавши своє індивідуальне рівняння, учень знаходить, що $KD = 9N$ см ($N = 1, 2, 3, \ldots, 30$).

Звідси

$$S_{ABCD} = KD \cdot KB = 9N \cdot 12N = 108N^2 \text{ (см}^2\text{)}.$$

Отже, відповідь до задачі $108N^2$ прогнозована, бо вона відповідає значенню $S = 108$ (див. табл. 1, варіант 1).

Це дає змогу вчителю чи учню, використовуючи результат табл. 1, швидко перевірити правильність виконання завдання кожним учнем і водночас охопити кожного учня класу окремим варіантом.

Змінивши умову попередньої задачі і використавши всі варіанти табл. 1, можна збільшити ресурс використаних задач до 900 однотипних варіантів.

Задача 3 (б)••. Висота рівнобічної трапеції дорівнює hN см, а її діагональ на $\left(d - \frac{a+b}{2}\right)N$ см більша за середню лінію трапеції. Знайдіть площу трапеції.

Відповідь. SN^2 см^2. (Числові значення *h*, *d*, *a*, *b*, *S* вибираються вчителем для кожного із цих 30 варіантів із таблиці.)

Неважко пересвідчитись, що якщо в класі 30 учнів, то ресурс усіх задач, складених за текстом умови задачі 3 (б)•• і які вчитель може використати у своїй роботі, становитиме $30 \cdot 30 = 900$ однотипних задач.

Задача 4 (а)•. Площа трикутника дорівнює $24N^2$ см^2, а одна із його сторін — $4N$ см. Знайдіть дві інші сторони, якщо їх різниця дорівнює $2N$ см.

Відповідь. $13N$ см; $15N$ см.

Розв'яжемо цю задачу в загальному вигляді (учні розв'язують її із своїми порядковими номерами N списку класного журналу).

Розв'язання. Нехай менша з невідомих сторін дорівнює x см, тоді інша невідома сторона — $\left(x + 2N\right)$ см. За формулою Герона маємо:

$$\sqrt{p\left(p-a\right)\left(p-b\right)\left(p-c\right)} = S. \quad (1)$$

$$P = \frac{4N + x + (x + 2N)}{2} = \frac{6N + 2x}{2} = x + 3N;$$

$$p - a = x + 3N - 4N = x - N;$$

$$p - b = x + 3N - x = 3N;$$

$$p - c = x + 3N - \left(x + 2N\right) = N.$$

Підставляючи в (1) значення *p*, *p – a*, *p – b*, *p – c* і *S* учні складають 30 різних рівнянь

$$\sqrt{\left(x+3N\right)\left(x-N\right) \cdot 3N \cdot N} = 24N^2$$

$$(N = 1, 2, 3, \ldots, 30)$$

або після спрощень дістають:

$x^2+2xN-195N^2=0$ (однотипні індивідуальні рівняння).

Якщо $N=1$, то $x^2+2x-195=0$,
якщо $N=2$, то $x^2+2x-270=0$,
якщо $N=3$, то $x^2+6x-1755=0$,
...
якщо $N=30$, то

$$x^2+6x-175500=0.$$

Розв'язавши своє індивідуальне квадратне рівняння, учень знаходить, що менша невідома сторона дорівнює $13N$ см, а друга невідома сторона — $13N+2N=15N$ см.

Легко переконатись, що відповідь до задачі 4 (а)• прогнозована, бо вона відповідає числовим значенням 13 і 15 (див. табл. 2, варіант 2).

Це дає змогу вчителю чи учню, використовуючи результат табл. 2, швидко перевірити правильність виконання завдання кожним учнем класу і водночас охопити кожного учня класу окремим варіантом.

Змінивши текст умови задачі 4 (а)• і використавши всі варіанти табл. 2 (60 варіантів), можна збільшити ресурс використаних задач до 1800 однотипних задач.

Задача 4 (б)•. Площа трикутника дорівнює N^2S см², а одна із його сторін Nb см. Знайдіть дві інші сторони, якщо їх різниця дорівнює $(c-a)N$ см.

Відповідь. Na см; Nc см. (Числові значення S, b, c і a вибираються вчителем для кожного із 60 варіантів табл. 2 і $N=1, 2, 3, \ldots, 30$ у кожному із цих 60 варіантів.) Неважко пересвідчитись, що якщо в класі 30 учнів, то ресурс усіх задач, складених за текстом умови задачі 4(б)• і які вчитель може використати у своїй роботі, становитиме $60\cdot 30=1800$ однотипних задач.

Розглянемо інші приклади складання тексту однотипних різнорівневих багатоваріантних задач, де, використовуючи результати табл. 1, (варіант 1) і табл. 2 (варіант 2), можна прогнозувати відповіді до кожної задачі.

5°. Основи рівнобічної трапеції дорівнюють $4N$ см і $14N$ см, а бічна сторона $13N$ см. Знайдіть висоту трапеції.

Відповідь. $12N$ см.

6•. Основи рівнобічної трапеції дорівнюють $4N$ см і $14N$ см, а бічна сторона — $13N$ см. Знайдіть площу трапеції.

Відповідь. $108N^2$ см².

7•. Основи рівнобічної трапеції дорівнюють $4N$ см і $14N$ см, а бічна сторона — $13N$ см. Знайдіть радіус кола, описаного навколо трапеції.

Відповідь. $8\frac{1}{8}N$ см.

8•. Основи рівнобічної трапеції дорівнюють $4N$ см і $14N$ см, а бічна сторона — $13N$ см. Знайдіть радіуси кіл, вписаних у трикутники, на які їх розбиває діагональ трапеції.

Відповідь. $4N$ см; $1{,}5N$ см.

9•. Площа рівнобічної трапеції дорівнює $108N^2$ см², а її висота — $12N$ см. Знайдіть периметр трапеції, якщо її основи відносяться як 2 : 7.

Відповідь. $44N$ см.

10•. Середня лінія трапеції дорівнює $9N$ см, а її висота — $12N$ см. Знайдіть периметр трапеції і радіус кола, описаного навколо трапеції, якщо менша основа коротша за більшу основу на $10N$ см.

Відповідь. $44N$ см; $8\frac{1}{8}N$ см.

11°. У рівнобічній трапеції основи дорівнюють $4N$ см і $14N$ см, а бічна сторона — $13N$ см. Знайдіть синус, косинус, тангенс і котангенс гострого кута трапеції.

Відповідь. $\frac{12}{13}$; $\frac{5}{13}$; 2,4; $\frac{5}{12}$.

12°. Площа рівнобічної трапеції дорівнює $108N^2$ см², а її діагональ — $15N$ см. Знайдіть синус кута, утвореного діагоналями в точці їх перетину.

Відповідь. $\frac{24}{25}$.

13°. Тангенс гострого кута рівнобічної трапеції дорівнює 2,4. Менша основа трапеції дорівнює $4N$ см, а її висота — $12N$ см. Знайдіть периметр трапеції.

Відповідь. $44N$ см.

14•. Синус тупого кута рівнобічної трапеції дорівнює $\frac{12}{13}$. Бічна сторона дорівнює $13N$ см, а менша основа — $4N$ см. Знайдіть діагональ трапеції.

Відповідь. $15N$ см.

15•. Косинус тупого кута рівнобічної трапеції дорівнює $-\frac{5}{13}$. Основи трапеції дорівнюють $4N$ см і $14N$ см. Знайдіть висоту трапеції.

Відповідь. $12N$ см.

16•. У рівнобічній трапеції $ABCD$ ($BC \parallel AD$, $AD>BC$) $AD=14N$ см; $BK\perp AD$, $BK=12N$ см, $AM=ND$, $BM=N\sqrt{148}$ см. Знайдіть периметр трапеції.

Відповідь. $44N$ см.

17•. У рівнобічній трапеції бічна сторона, висота і більша основа відповідно дорівнюють $13N$ см, $12N$ см і $14N$ см. Знайдіть меншу основу і діагональ трапеції.

Відповідь. $4N$ см; $15N$ см.

18•. У рівнобічній трапеції бічна сторона, висота і менша основа відповідно дорівнюють $13N$ см, $12N$ см і $4N$ см. Знайдіть більшу основу і радіус кола, описаного навколо трапеції.

Відповідь. $14N$ см; $8\frac{1}{8}N$ см.

19•. У рівнобічній трапеції бічна сторона і діагональ відповідно дорівнюють $13N$ см і $15N$ см. Висота трапеції, проведена із вершини тупого кута трапеції, поділяє більшу основу трапеції на відрізки, довжини яких відносяться як 5 : 9. Знайдіть периметр трапеції.

Відповідь. $44N$ см.

20••. У рівнобічній трапеції бічна сторона, більша основа і діагональ відповідно дорівнюють $13N$ см, $14N$ см і $15N$ см. Знайдіть меншу основу і площу трапеції.

Відповідь. $4N$ см; $108N^2$ см^2.

21•. Висота рівнобічної трапеції, проведена з вершини тупого кута, ділить більшу основу трапеції на відрізки $5N$ см і $9N$ см. Знайдіть периметр трапеції, якщо ця висота дорівнює $12N$ см.

Відповідь. $44N$ см.

22°. Висота рівнобічної трапеції дорівнює $12N$ см, а її середня лінія — $9N$ см. Знайдіть площу трапеції.

Відповідь. $108N^2$ см^2.

23••. Середня лінія рівнобічної трапеції на $3N$ см менша за висоту, а її площа дорівнює $108N^2$ см^2. Знайдіть бічну сторону трапеції, якщо її менша основа дорівнює $4N$ см.

Відповідь. $13N$ см.

24••. Висота рівнобічної трапеції на $3N$ см більша за середню лінію трапеції, а діагональ трапеції дорівнює $15N$ см. Знайдіть бічну сторону трапеції, якщо її більша основа дорівнює $14N$ см.

Відповідь. $13N$ см.

25••. Діагональ рівнобічної трапеції дорівнює $15N$ см, а відношення середньої лінії до висоти трапеції 0,75. Знайдіть периметр трапеції, якщо різниця основ дорівнює $10N$ см.

Відповідь. $44N$ см.

26••. Діагональ рівнобічної трапеції дорівнює $15N$ см, а її площа — $108N^2$ см^2. Знайдіть периметр і радіус кола, описаного навколо трапеції, якщо її основи відносяться як 2 : 7.

Відповідь. $44N$ см; $8\frac{1}{8}N$ см.

27••. Основи рівнобічної трапеції відносяться як 2 : 7, а її площа і бічна сторона відповідно дорівнюють $108N^2$ см^2 і $13N$ см. Знайдіть діагональ і довжину кола, описаного навколо трапеції.

Відповідь. $15N$ см; $16\frac{1}{4}\pi N$ см.

28•. Основи рівнобічної трапеції дорівнюють $4N$ см і $14N$ см, а діагональ — $15N$ см. Знайдіть бічну сторону.

Відповідь. $13N$ см.

29•. У рівнобічній трапеції основи дорівнюють $4N$ см і $14N$ см, а висота — $12N$ см. Діагональ трапеції розбиває її на два трикутники. Знайдіть довжину кола, вписаного в трикутник, який містить меншу основу трапеції.

Відповідь. $3\pi N$ см.

30•. У рівнобічній трапеції бічна сторона, менша основа і висота трапеції відповідно дорівнюють $13N$ см, $4N$ см і $12N$ см. Діагональ трапеції розбиває її на два трикутники. Знайдіть площу круга, вписаного в трикутник, який містить більшу основу.

Відповідь. $16\pi N^2$ см^2.

31°. У рівнобічній трапеції синус гострого кута дорівнює $\frac{12}{13}$, а радіус описаного кола — $8\frac{1}{8}N$ см. Знайдіть діагональ трапеції.

Відповідь. $15N$ см.

32•. У рівнобічній трапеції радіус кола, описаного навколо трапеції, діагональ і бічна сторона відповідно дорівнюють $8{,}125N$ см, $15N$ см і $13N$ см. Знайдіть периметр трапеції.

Відповідь. $44N$ см.

33•. У рівнобічній трапеції довжина кола, описаного навколо трапеції, діагональ і висота відповідно дорівнюють $16{,}25\pi N$ см, $15N$ см і $12N$ см. Знайдіть меншу основу.

Відповідь. $4N$ см.

34••. У рівнобічній трапеції діагональ більша за бічну сторону на $2N$ см і розбиває трапецію на 2 трикутники. Площа трикутника, який містить меншу основу, що дорівнює $4N$ см, — $24N^2$ см^2. Знайдіть площу круга, вписаного у другий трикутник.

Відповідь. $16\pi N^2$ см^2.

35••. У рівнобічній трапеції діагональ більша за бічну сторону на $2N$ см і розбиває її на 2 трикутники. Площа трикутника, який містить більшу основу трапеції, що дорівнює $14N$ см, — $84N^2$ см^2. Знайдіть довжину кола, вписаного у другий трикутник.

Відповідь. $3\pi N$ см.

36••. У рівнобічній трапеції діагональ більша за бічну сторону на $2N$ см і розбиває трапецію на 2 трикутники. Радіус кола, вписаного у трикутник, що містить меншу основу трапеції $4N$ см, дорівнює $1{,}5N$ см. Знайдіть радіус кола, вписаного у трикутник, що містить більшу основу трапеції.

Відповідь. $4N$ см.

37••. У рівнобічній трапеції діагональ більша за бічну сторону на $2N$ см і розбиває трапецію на 2 трикутники. Радіус кола, вписаного у трикутник, що містить більшу основу трапеції довжиною $14N$ см, дорівнює $4N$ см. Знайдіть радіус кола, вписаного у трикутник, що містить меншу основу трапеції.

Відповідь. $1{,}5N$ см.

38••. У рівнобічній трапеції тангенс її гострого кута дорівнює 2,4, радіус кола, описаного навколо трапеції, — $8{,}125N$ см, а бічна сторона — $13N$ см. Знайдіть основи трапеції.

Відповідь. $4N$ см; $14N$ см.

39••. У рівнобічній трапеції котангенс кута, який утворює діагональ з більшою основою, дорівнює 0,75, а радіус кола, описаного навколо трапеції, і висота трапеції відповідно $8{,}125N$ см і $12N$ см. Знайдіть основи.

Відповідь. $4N$ см; $14N$ см.

40••. У рівнобічній трапеції бічна сторона, менша основа і діагональ відповідно дорівнюють $13N$ см, $4N$ см і $15N$ см. Знайдіть периметр і площу трапеції.

Відповідь. $44N$ см; $108N^2$ см^2.

41•. У рівнобічній трапеції бічна сторона, висота і радіус кола, описаного навколо трапеції, відповідно дорівнюють $13N$ см, $12N$ см і $8{,}125N$ см. Знайдіть основи трапеції.

Відповідь. $4N$ см; $14N$ см.

42••. У рівнобічній трапеції площа трикутника, що відтинається діагоналлю і містить більшу основу, дорівнює $84N^2$ см^2. Знайдіть периметр і площу трапеції, якщо бічна сторона і діагональ трапеції відповідно дорівнюють $13N$ см і $15N$ см.

Відповідь. $44N$ см; $108N^2$ см^2.

43••. У рівнобічній трапеції площа трикутника, що відтинається діагоналлю і містить меншу основу, дорівнює $24N^2$ см^2. Знайдіть периметр трапеції і площу трикутника, що містить більшу основу, якщо бічна сторона і діагональ дорівнюють $13N$ см і $15N$ см відповідно.

Відповідь. $44N$ см; $84N^2$ см^2.

44••. Діагональ рівнобічної трапеції розбиває її на 2 трикутники. Периметр трикутника, що містить більшу основу трапеції, дорівнює $42N$ см, а точка дотику вписаного кола в цей трикутник, поділяє основу трапеції на відрізки $6N$ см і $8N$ см (зліва направо). Знайдіть периметр трапеції.

Відповідь. $44N$ см.

45••. Діагональ рівнобічної трапеції розбиває її на 2 трикутники. Периметр трикутника, що містить меншу основу трапеції, дорівнює $32N$ см, а точка дотику вписаного кола в цей трикутник, поділяє основу трапеції на відрізки $3N$ см і N см (зліва направо). Знайдіть периметр трапеції.

Відповідь. $44N$ см.

46••. У рівнобічній трапеції $ABCD$ $(AD \parallel BC,\ AD > BC)$ $AB = 13N$ см, $BD = 15N$ см, $\cos\angle ABD = \frac{33}{65}$. Знайдіть основи трапеції і її площу.

Відповідь. $4N$ см і $14N$ см; $108N^2$ см^2.

47••. У рівнобічній трапеції $ABCD$ $(AD \parallel BC,\ AD > BC)$ $BD = 15N$ см, $DC = 13N$ см, $\cos\angle BDC = \frac{63}{65}$. Знайдіть периметр і площу трапеції.

Відповідь. $44N$ см; $108N^2$ см^2.

48••. Площа рівнобічної трапеції дорівнює $108N^2$ см^2. Висота трапеції дорівнює $12N$ см, а бічна сторона — $13N$ см. Бічні сторони AB і DC продовжені до перетину в точці O. Знайдіть радіус кола, вписаного у трикутник BOC.

Відповідь. $2\frac{2}{3}N$ см.

49•. У рівнобічній трапеції основи дорівнюють $4N$ см і $14N$ см, а бічна сторона — $13N$ см. Знайдіть відстань від точки перетину діагоналей трапеції до меншої основи, до більшої основи і до бічної сторони.

Відповідь. $9\frac{1}{3}N$ см; $2\frac{2}{3}N$ см; $2\frac{34}{39}N$ см.

50•. У рівнобічній трапеції основи дорівнюють $4N$ см і $14N$ см, а бічна сторона $13N$ см. Знайдіть довжини відрізків діагоналей, на які поділяються діагоналі їх точкою перетину.

Відповідь. $11\frac{2}{3}N$ см; $3\frac{1}{3}N$ см.

51•. У рівнобічній трапеції основи дорівнюють $4N$ см і $14N$ см, а бічна сторона $13N$ см. Знайдіть площі 4 трикутників, утворених діагоналями трапеції.

Відповідь. $65\frac{1}{3}N^2$ см^2; $5\frac{1}{3}N^2$ см^2; $18\frac{2}{3}N^2$ см^2; $18\frac{2}{3}N^2$ см^2.

52••. Діагоналі рівнобічної трапеції, перетинаючись, поділяють її на 4 трикутники. Знайдіть площу трикутника, який прилягає до бічної сторони, якщо площі трикутників, прилеглих до основ, дорівнюють $65\frac{1}{3}N^2$ см^2 і $5\frac{1}{3}N^2$ см^2.

Відповідь. $18\frac{2}{3}N^2$ см^2.

53••. У рівнобічній трапеції площі трикутників, утворених відрізками діагоналей трапеції з її основами, дорівнюють $65\frac{1}{3}N^2$ см^2 і $5\frac{1}{3}N^2$ см^2. Знайдіть площу трапеції.

Відповідь. $108N^2$ см^2.

54•. У рівнобічній трапеції основи дорівнюють $4N$ см і $14N$ см, а бічна сторона — $13N$ см. Через точку перетину діагоналей проведена пряма, паралельна основам. Знайдіть довжину відрізка цієї прямої, який відтинається від неї бічними сторонами трапеції.

Відповідь. $3\frac{1}{3}N$ см.

55••. Основи рівнобічної трапеції дорівнюють $4N$ см і $14N$ см. Через точку перетину діагоналей проведена пряма, паралельна основам. Знайдіть довжину відрізка цієї прямої, який відтинається від неї бічними сторонами трапеції.

Відповідь. $3\frac{11}{15}N$ см.

56•. Основи рівнобічної трапеції дорівнюють $4N$ см і $14N$ см.

Діагоналі трапеції дорівнюють $15N$ см і, перетинаючись, поділяють її на 4 трикутники. Знайдіть косинус кута трикутника, що лежить проти бічної сторони трапеції.

Відповідь. $-\frac{7}{25}$.

57•. У рівнобічній трапеції діагональ дорівнює $15N$ см і утворює з більшою основою кут, тангенс якого дорівнює $1\frac{1}{3}$. Знайдіть середню лінію трапеції.

Відповідь. $9N$ см.

58•. У рівнобічній трапеції діагональ дорівнює $15N$ см і утворює з більшою основою кут, котангенс якого дорівнює 0,75. Знайдіть площу трапеції.

Відповідь. $108N^2$ см^2.

59•. У рівнобічній трапеції висота дорівнює $12N$ см, а діагональ утворює з більшою основою кут, косинус якого дорівнює 0,6. Знайдіть площу трапеції.

Відповідь. $108N^2$ см^2.

60•. Площа рівнобічної трапеції дорівнює $108N^2$ см^2, а її висота — $12N$ см. Знайдіть діагональ трапеції.

Відповідь. $15N$ см.

61••. Площа рівнобічної трапеції дорівнює $108N^2$ см^2, а її діагональ — $15N$ см. Знайдіть косинус кута між діагоналлю і більшою основою і висоту трапеції.

Відповідь. 0,6; $12N$ см.

62°. Основи рівнобічної трапеції дорівнюють $4N$ і $14N$ см. Знайдіть довжину відрізка середньої лінії, який лежить між діагоналями трапеції.

Відповідь. $5N$ см.

63•. У рівнобічній трапеції довжина відрізка середньої лінії, який лежить між діагоналями, дорівнює $5N$ см, а висота і діагональ — $12N$ см і $15N$ см відповідно. Знайдіть бічну сторону трапеції.

Відповідь. $13N$ см.

64•. У рівнобічній трапеції довжина відрізка середньої лінії, який лежить між діагоналями, дорівнює $5N$ см, а висота і площа — $12N$ см і $108N^2$ см^2 відповідно. Знайдіть периметр трапеції.

Відповідь. $44N$ см.

65•. У рівнобічній трапеції з основами $4N$ см і $14N$ см тангенс гострого кута дорівнює 2,4. Знайдіть площу трапеції.

Відповідь. $108N^2$ см^2.

66•. У рівнобічній трапеції синус гострого кута дорівнює $\frac{12}{13}$, висота — $12N$ см, а середня лінія — $9N$ см. Знайдіть периметр трапеції і довжину кола, описаного навколо трапеції.

Відповідь. $44N$ см; $16{,}25\pi N$ см.

67•. Основи рівнобічної трапеції дорівнюють $4N$ см і $14N$ см, діагональ — $15N$ см. Відрізки діагоналей трапеції поділяють її на трикутники. Знайдіть радіус кола, вписаного у трикутник, прилеглий до меншої основи трапеції.

Відповідь. N см.

68••. Площа рівнобічної трапеції дорівнює $108N^2$ см^2, а площі трикутників, утворених відрізками діагоналей і основами трапеції, відносяться як 4 : 49. Знайдіть площу трикутника, прилеглого до бічної сторони.

Відповідь. $18\frac{2}{3}N^2$ см^2.

69•. Точки K, M, N і P — середини відрізків діагоналей рівнобічної трапеції з основами $4N$ см і 14 см і висотою $12N$ см. Знайдіть периметр чотирикутника $KMNP$.

Відповідь. $22N$ см.

70••. Основи рівнобічної трапеції дорівнюють $4N$ см і $14N$ см, а бічна сторона $13N$ см. Середини сторін трапеції сполучено відрізками. Знайдіть периметр, площу утвореного чотирикутника і довжину кола, вписаного в цей чотирикутник.

Відповідь. $30N$ см; $54N^2$ см^2; $7{,}2\pi N$ см.

71•. Висота рівнобічної трапеції дорівнює $12N$ см, а площа чотирикутника, одержаного послідовним сполученням середин сторін цієї трапеції, дорівнює $54N^2$ см^2. Знайдіть середню лінію трапеції.

Відповідь. $9N$ см.

Під час складання текстів умов 68 багатоваріантних однотипних задач з використанням порядкового номера учня в класному журналі було використано трапецію з основами $4N$ см, $14N$ см і бічною стороною $13N$ см (1 варіант, табл. 1).

Аналогічні тексти умов задач можна скласти, використовуючи числові значення інших 29 трапецій (табл. 1, варіант 2—30). Неважко підрахувати, що ресурс усіх задач, які можна скласти, використовуючи всі 30 варіантів (табл. 1), і які вчитель може використати у своїй роботі, становить $68 \cdot 30 \cdot 30 = 61\,200$ однотипних варіантів задач без урахування тренувальних вправ, де $N > 30$.

У табл. 1 зустрічаються дві рівнобічні трапеції (варіант 4 і варіант 18), в яких бічна сторона дорівнює більшій основі трапеції. Це трапеції, в яких діагональ — бісектриса тупого кута трапеції. Складемо тексти умов багатоваріантних однотипних задач, використовуючи числові значення варіанта 4 табл. 1.

72•. Менша основа рівнобічної трапеції дорівнює $11N$ см, а її периметр — $86N$ см. Діагональ трапеції є бісектрисою тупого кута. Знайдіть висоту і діагональ трапеції.

Відповідь. $24N$ см; $30N$ см.

73••. У рівнобічній трапеції діагоналі є бісектрисами тупих кутів. Периметр трапеції дорівнює $86N$ см, а висота — $24N$ см. Знайдіть площу трапеції.

Відповідь. $432N^2$ см^2.

74••. У рівнобічній трапеції діагоналі є бісектрисами тупих кутів і в точці перетину діляться у відношенні 11 : 25, починаючи від вершин тупих кутів. Знайдіть периметр трапеції і радіус кола, описаного навколо трапеції, якщо різниця її основ дорівнює $14N$ см.

Відповідь. $86N$ см; $15\frac{5}{8}N$ см.

75••. У рівнобічній трапеції діагональ є бісектрисою тупого кута. Площа трапеції дорівнює $432N^2$ см^2, а її висота $24N$ см. Знайдіть периметр трапеції і радіус кола, вписаного в різносторонній трикутник, який відтинає від трапеції її діагональ.

Відповідь. $86N$ см; $4N$ см.

76••. У рівнобічній трапеції діагональ є бісектрисою тупого кута. Основи трапеції дорівнюють $11N$ см і $5N$ см. Знайдіть відрізки висоти, проведені з вершини тупого кута, на які ділить її ця діагональ.

Відповідь. $9\frac{1}{3}N$ см; $14\frac{2}{3}N$ см.

77••. У рівнобічній трапеції діагоналі є бісектрисами тупих кутів і в точці перетину діляться у відношенні 25 : 11, починаючи від вершин гострих кутів. Висота трапеції дорівнює $24N$ см. Знайдіть площу трапеції.

Відповідь. $432N^2$ см^2.

78••. У рівнобічній трапеції діагоналі є бісектрисами тупих кутів і в точці перетину діляться на відрізки $20\frac{5}{6}N$ см і $9\frac{1}{6}N$ см, починаючи від вершин гострих кутів. Знайдіть периметр трапеції і радіус кола, описаного навколо трапеції.

Відповідь. $86N$ см; $15\frac{5}{8}N$ см.

79••. У рівнобічній трапеції діагональ є бісектрисою тупого кута. Основи трапеції дорівнюють $11N$ см і $25N$ см. Знайдіть відрізки діагоналі, на які ділить її висота, проведена з вершини тупого кута, і радіус кола, вписаного в трикутник більшого периметра, що відтинає діагональ від трапеції.

Відповідь. $11\frac{2}{3}N$ см; $18\frac{1}{3}N$ см; $7{,}5N$ см.

80••. У рівнобічній трапеції діагональ є бісектрисою тупого кута й ділить другу діагональ на відрізки $20\frac{5}{6}N$ см і $9\frac{5}{6}N$ см, починаючи від вершини гострого кута. Знайдіть відрізки, на які ділить ця бісектриса висоту, яка проведена з вершини тупого кута.

Відповідь. $9\frac{1}{3}N$ см; $14\frac{2}{3}N$ см.

81••. У рівнобічній трапеції діагональ є бісектрисою тупого кута й ділить висоту, яка проведена з вершини цього кута, на відрізки $14\frac{2}{3}N$ см і $9\frac{1}{3}N$ см, починаючи з вершини тупого кута. Знайдіть периметр трапеції і відрізки, на які ділить ця бісектриса другу діагональ.

Відповідь. $86N$ см; $20\frac{5}{6}N$ см; $9\frac{1}{6}N$ см.

82••. У рівнобічній трапеції діагональ є бісектрисою тупого кута й ділить висоту, яка проведена з вершини цього кута, на відрізки $14\frac{2}{3}N$ см і $9\frac{1}{3}N$ см, починаючи з вершини тупого кута. Знайдіть периметр трапеції.

Відповідь. $86N$ см.

83••. У рівнобічній трапеції діагональ є бісектрисою тупого кута й ділиться висотою, яка проведена з вершини цього кута, на відрізки $11\frac{2}{3}N$ см і $18\frac{1}{3}N$ см, починаючи з вершини гострого кута. Знайдіть периметр трапеції і її площу.

Відповідь. $86N$ см; $432N^2$ см.

Вивчаючи теми «Декартові координати» та «Рухи і вектори» (Геометрія–8), задачі на обчислення учні повинні розв'язувати без рисунка або робити схематичний рисунок, не зображаючи при цьому прямокутної системи координат. Неважко пересвідчитись, що всі 30 трапецій (табл. 1) і 60 трикутників (табл. 2) можна задати так у прямокутній системі координат, що всі координати вершин трапецій і трикутників будуть виражатись цілими числами. Для складання тексту однотипних багатоваріантних задач з прогнозованими відповідями розглянемо ΔABC зі сторонами $AB = 13$, $BC = 4$, $AC = 15$ і задамо його в декартовій системі координат так, щоб координати вершин виражались цілими числами (*див. рис. 3*).

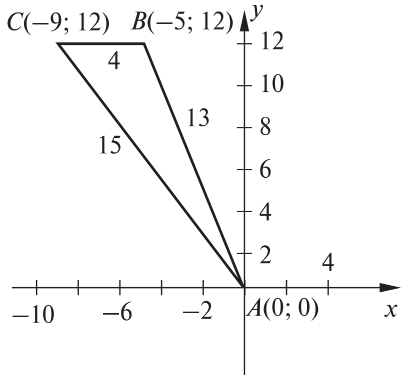

Рис. 3

84°. Трикутник ABC задано координатами вершин $A(N;N)$, $B(-5+N;\,12+N)$, $C(-9+N;\,12+N)$. З'ясуйте його вид (рівносторонній, рівнобедрений, різносторонній).

Відповідь. Різносторонній.

85°. Трикутник ABC задано координатами вершин $A(N;N)$, $B(-5+N;\,12+N)$, $C(-9+N;\,12+N)$. З'ясуйте його вид (прямокутний, тупокутний, гострокутний).

Відповідь. Тупокутний.

86°. Трикутник ABC задано координатами вершин $A(N;N)$, $B(-5+N;\,12+N)$, $C(-9+N;\,12+N)$. Обчисліть периметр і медіану AK.

Відповідь. 32; $\sqrt{193}$.

87•. Трикутник ABC задано координатами вершин $A(N;N)$, $B(-5+N;\,12+N)$, $C(-9+N;\,12+N)$. Знайдіть координати точки перетину медіан цього трикутника.

Відповідь. $\left(-4\frac{2}{3}+N;\ 8+N\right)$.

88•. Трикутник ABC задано координатами вершин $A(N;N)$, $B(-5+N;\,12+N)$, $C(-9+N;\,12+N)$. Знайдіть відстань від вершини A до точки перетину медіан трикутника.

Відповідь. $\frac{2\sqrt{193}}{3}$.

89•. Трикутник ABC задано координатами вершин $A(N;N)$, $B(-5+N;\,12+N)$, $C(-9+N;\,12+N)$. Обчисліть косинус кута між векторами KC і KA, де K — середина BC.

Відповідь. $-\frac{7}{\sqrt{193}}$.

90•. Трикутник ABC задано координатами вершин $A(N;N)$, $B(-5+N;\,12+N)$, $C(-9+N;\,12+N)$. Обчисліть косинуси кутів трикутника.

Відповідь. $\cos\angle A=\frac{63}{65}$; $\cos\angle B=-\frac{5}{13}$; $\cos\angle C=0{,}6$.

91•. Трикутник ABC задано координатами вершин $A(N;N)$, $B(-5+N;\,12+N)$, $C(-9+N;\,12+N)$. Обчисліть площу трикутника, радіус описаного і радіус вписаного кола в трикутник.

Відповідь. 24 кв. од; $8\frac{1}{8}$ лін. од.; 1,5 лін. од.

Аналогічні тексти умов задач на декартові координати і вектори можна скласти, використовуючи числові значення інших 59 трикутників (табл. 2). Неважко підрахувати, що ресурс усіх задач, які можна скласти, використовуючи всі 60 варіантів табл. 2, і які вчитель може використати у своїй роботі, становить $8\cdot 60\cdot 30=74\,400$ однотипних варіантів задач.

92•. Сторони трикутника дорівнюють $13N$ см, $14N$ см і $15N$ см. Знайдіть висоту трикутника, проведену до середньої за величиною сторони трикутника.

Відповідь. $12N$ см.

93•. Сторони трикутника дорівнюють $13N$ см, $4N$ см і $15N$ см. Знайдіть найбільшу висоту трикутника.

Відповідь. $12N$ см.

94•. Дві сторони трикутника і його площа дорівнюють $13N$ см, $14N$ см і $84N^2$ см^2. Знайдіть третю сторону.

Відповідь. $15N$ см.

95•. Дві сторони трикутника і його площа дорівнюють $13N$ см, $15N$ см і $24N^2$ см^2. Знайдіть третю сторону.

Відповідь. $4N$ см.

96°. Висота трикутника, проведена до сторони трикутника, ділить її на відрізки $5N$ см і $9N$ см. Знайдіть периметр трикутника, якщо ця висота дорівнює $12N$ см.

Відповідь. $42N$ см.

97•. Сторони трикутника дорівнюють $4N$ см, $13N$ см і $15N$ см. Знайдіть найбільшу за величиною медіану трикутника.

Відповідь. $\sqrt{193}N$ см.

98•. Сторони трикутника дорівнюють $13N$ см, $14N$ см і $15N$ см. Знайдіть середню за довжиною медіану трикутника.

Відповідь. $\sqrt{148}N$ см.

99°. У трикутнику ABC $BC=15N$ см, $AC=14N$ см, $\cos\angle C=0{,}6$. Знайдіть AB.

Відповідь. $13N$ см.

100°. У трикутнику ABC $AC=15N$ см, $AB=13N$ см, $\cos\angle A=\frac{63}{65}$. Знайдіть BC.

Відповідь. $4N$ см.

101°. Сторони трикутника дорівнюють $13N$ см, $14N$ см і $15N$ см. Знайдіть радіус кола, описаного навколо трикутника.

Відповідь. $8{,}125N$ см.

102°. Сторони трикутника дорівнюють $13N$ см, $4N$ см і $15N$ см. Знайдіть радіус кола, описаного навколо трикутника.

Відповідь. $8{,}125N$ см.

103°. Сторони трикутника дорівнюють $13N$ см, $14N$ см і $15N$ см. Знайдіть радіус кола, вписаного у трикутник.

Відповідь. $4N$ см.

104°. Сторони трикутника дорівнюють $13N$ см, $4N$ см і $15N$ см. Знайдіть радіус кола, вписаного у трикутник.

Відповідь. $1{,}5N$ см.

105•. Периметр трикутника дорівнює $42N$ см. Точка дотику, вписаного у трикутник кола, розбиває одну зі сторін трикутника на відрізки $6N$ см і $7N$ см. Знайдіть сторони трикутника.

Відповідь. $13N$ см; $14N$ см; $15N$ см.

106•. Периметр трикутника дорівнює $32N$ см. Точка дотику вписаного у трикутник кола розбиває одну зі сторін трикутника на відрізки $3N$ см і $12N$ см. Знайдіть сторони трикутника.

Відповідь. $13N$ см; $4N$ см; $15N$ см.

107•. У трикутник ABC вписано коло. Точки K, M і P — точки дотику кола зі сторонами $AB=13N$ см, $AC=14N$ см і $BC=15N$ см. На які відрізки точкою дотику вписаного кола поділяються сторони трикутника?

Відповідь. $AK=AM=6N$ см; $KB=BP=7N$ см; $PC=CM=8N$ см.

108•. У трикутник ABC вписано коло. Точки K, M і P — точки дотику кола зі сторонами $AB=4N$ см, $AC=15N$ см і $BC=13N$ см. На які відрізки точкою дотику вписаного кола поділяються сторони трикутника?

Відповідь. $AK=AM=3N$ см; $KB=BP=N$ см; $PC=CM=12N$ см.

109•. Сторони трикутника дорівнюють $13N$ см, $14N$ см і $15N$ см. Знайдіть відстань від центра кола, вписаного в трикутник, до його вершин.

Відповідь. $\sqrt{65}N$ см; $4\sqrt{5}N$ см і $2\sqrt{13}N$ см.

110••. У гострокутному ΔABC

$$AC=14N \text{ см}, \sin\angle A=0{,}8; \quad \sin\angle C=\frac{12}{13}.$$

Знайдіть довжини сторін AB і BC.

Відповідь. $AB=15N$ см; $BC=13N$ см.

111•. Сторони трикутника дорівнюють $13N$ см, $4N$ см і $15N$ см. Знайдіть косинус найменшого кута трикутника.

Відповідь. $\frac{63}{65}$.

112••. Сторони трикутника дорівнюють $13N$ см, $14N$ см, $15N$ см. Знайдіть відстань між основами висоти і бісектриси трикутника, проведених із середнього за величиною кута трикутника.

Відповідь. $1{,}5N$ см.

113••. Сторони трикутника дорівнюють $13N$ см, $4N$ см і $15N$ см. Знайдіть відстань між основами висоти і бісектриси трикутника, проведених із найменшого за величиною кута трикутника.

Відповідь. $6\frac{6}{7}N$ см.

114••. У ΔABC $BC=15N$ см, $AB=13N$ см, $\cos\angle A=\frac{5}{13}$. Знайдіть довжину сторони AC і радіус кола, вписаного у трикутник.

Відповідь. $AC=14N$ см; $4N$ см.

115••. У ΔABC $AB=13N$ см, $AC=15N$ см, $\cos\angle C=0{,}6$. Знайдіть довжину сторони BC і площу трикутника.

Відповідь. $BC=4N$ см; $24N^2$ см².

116••. У трикутнику одна зі сторін дорівнює $13N$ см, а різниця двох інших — N см. Знайдіть ці дві сторони, якщо радіус кола, вписаного в трикутник, дорівнює $4N$ см.

Відповідь. $14N$ см; $15N$ см.

117••. У трикутнику одна зі сторін дорівнює $4N$ см, а різниця двох інших — $2N$ см. Знайдіть ці дві сторони, якщо довжина кола, вписаного у трикутник, дорівнює $3\pi N$ см.

Відповідь. $13N$ см; $15N$ см.

118°. У трикутнику ABC $AC=15N$ см, $BC=4N$ см; $\sin\angle C=0{,}8$. Знайдіть площу трикутника.

Відповідь. $24N^2$ см².

119•. У трикутнику ABC $BC=15N$ см, $AC=14N$ см, $\cos\angle C=0{,}6$. Знайдіть площу трикутника.

Відповідь. $84N^2$ см².

120••. У гострокутному трикутнику ABC $\sin\angle A=\frac{12}{13}$, $\sin\angle C=0{,}8$, а радіус описаного кола дорівнює $8{,}125N$ см. Знайдіть сторони і площу трикутника.

Відповідь. $13N$ см; $14N$ см; $15N$ см; $84N^2$ см².

121••. У трикутнику ABC

$$\cos\angle B=-\frac{5}{13}, \sin\angle C=0{,}8,$$

а радіус кола, описаного навколо трикутника, $R=8{,}125N$ см. Знайдіть сторони і площу трикутника.

Відповідь. $13N$ см; $4N$ см; $15N$ см; $24N^2$ см².

122•. У трикутнику ABC $\cos\angle C=0{,}6$, $BC=15N$ см. Знайдіть сторони AB і AC, якщо площа трикутника дорівнює $84N^2$ см².

Відповідь. $AB=13N$ см; $AC=14N$ см.

123•. У трикутнику ABC $CB=4N$ см, $\cos\angle B=-\frac{5}{13}$. Знайдіть сторони AB і AC, якщо площа трикутника дорівнює $24N^2$ см².

Відповідь. $AB=13N$ см; $AC=15N$ см.

124•. У трикутнику ABC

$$AB=13N \text{ см}, \cos\angle C=0{,}6, \quad BC-AC=N \text{ см}.$$

Знайдіть периметр і площу трикутника.

Відповідь. $42N$ см; $84N^2$ см².

125•. У трикутнику ABC

$$BC=4N \text{ см}, \cos\angle A=\frac{63}{65}, \quad AC-AB=2N \text{ см}.$$

Знайдіть периметр і найбільшу висоту трикутника.

Відповідь. $32N$ см; $12N$ см.

126•. У трикутнику ABC

$$AC:CB = 3{,}75,\ AB = 13N \text{ см},\ \cos\angle C = 0{,}6.$$

Знайдіть периметр і радіус кола, вписаного у трикутник.

Відповідь. $32N$ см; $1{,}5N$ см.

127•. У трикутнику ABC $\cos\angle A = \frac{5}{13}$, $AC - AB = N$ см. Знайдіть периметр трикутника і радіус кола, вписаного у трикутник, якщо радіус кола, описаного навколо трикутника, дорівнює $8{,}125N$ см.

Відповідь. $42N$ см; $4N$ см.

128•. У трикутнику ABC $\cos\angle B = -\frac{5}{13}$, $AB - BC = 9N$ см, а $R = 8{,}125N$ см. Знайдіть периметр і площу трикутника.

Відповідь. $32N$ см; $24N^2$ см^2.

129•. Периметр трикутника ABC дорівнює $42N$ см, $\cos\angle A = \frac{5}{13}$, а $R = 8{,}125N$ см. Знайдіть сторони трикутника і його площу.

Відповідь. $AB = 13N$ см; $BC = 15N$ см; $AC = 14N$ см; $84N^2$ см^2.

130•. Периметр трикутника ABC дорівнює $32N$ см, $\cos\angle B = -\frac{5}{13}$, а $R = 8{,}125N$ см. Знайдіть сторони і площу трикутника.

Відповідь. $AB = 13N$ см; $BC = 4N$ см; $AC = 15N$ см; $24N^2$ см^2.

131••. У трикутнику ABC

$$S = 24N^2 \text{ см}^2,\ \cos\angle C = 0{,}6,\ R = 8{,}125N \text{ см}.$$

Знайдіть сторони трикутника.

Відповідь. $AB = 13N$ см; $BC = 4N$ см; $AC = 15N$ см або $AB = 13$ см, $BC = 15N$ см; $AC = 4N$ см.

132••. У трикутнику площа дорівнює $84N^2$ см^2, а радіус описаного кола — $8{,}125N$ см. Знайдіть периметр трикутника, якщо косинус одного із кутів дорівнює 0,6.

Відповідь. $42N$ см.

133•. У трикутнику ABC

$$S = 24N^2 \text{ см}^2,\ \cos\angle B = -\frac{5}{13},\ R = 8{,}125N \text{ см}.$$

Знайдіть периметр трикутника.

Відповідь. $32N$ см.

134••. У трикутнику ABC

$$AB = 13N \text{ см},\ BC = 15N \text{ см},\ \cos\angle C = 0{,}6.$$

Знайдіть сторону AC і площу трикутника.

Відповідь. $AC = 15N$ см; $84N^2$ см^2.

135••. У трикутнику ABC

$$R = 8{,}125N \text{ см},\ \cos\angle A = \frac{5}{13},\ \cos\angle C = 0{,}6.$$

Знайдіть сторони трикутника і радіус кола, вписаного у трикутник.

Відповідь. $AB = 13N$ см; $AC = 14N$ см; $BC = 15N$ см; $4N$ см.

136•. У трикутнику ABC

$$R = 8{,}125N \text{ см},\ \cos\angle B = -\frac{5}{13},\ \cos\angle C = 0{,}6.$$

Знайдіть периметр трикутника і найменшу його висоту.

Відповідь. $32N$ см; $3\frac{1}{5}N$ см.

137•. У трикутнику ABC $AB = 13N$ см, $BC = 15N$ см, $AC = 14N$ см. Знайдіть $\cos\angle A$, $\cos\angle B$, $\cos\angle C$.

Відповідь. $\cos\angle A = \frac{5}{13}$; $\cos\angle B = \frac{33}{65}$; $\cos\angle C = 0{,}6$.

138•. Сторони трикутника дорівнюють $a = 13N$ см, $b = 14N$ см і $c = 15N$ см. Знайдіть висоти трикутника h_a, h_b і h_c.

Відповідь. $h_a = 12\frac{12}{13}N$ см; $h_b = 12N$ см; $h_c = 11\frac{1}{5}N$ см.

139••. Висоти трикутника дорівнюють $h_a = 12\frac{12}{13}N$ см, $h_b = 12N$ см, $h_c = 11\frac{1}{5}N$ см. Обчисліть радіус кола, вписаного у трикутник, довівши формулу $\frac{1}{r} = \frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c}$.

Відповідь. $4N$ см.

140•. Сторони трикутника дорівнюють $4N$ см, $13N$ см і $15N$ см. Знайдіть висоти трикутника.

Відповідь. $12N$ см; $3\frac{9}{13}N$ см; $3\frac{3}{7}N$ см.

141••. Висоти трикутника дорівнюють $12N$ см, $3\frac{9}{13}N$ см, $3\frac{3}{7}N$ см. Знайдіть довжину кола, вписаного у трикутник.

Відповідь. $3\pi N$ см.

Аналогічні тексти умов задач на різносторонні трикутники можна скласти, використовуючи числові значення інших 58 трикутників (табл. 2, варіанти 3–60).

Неважко підрахувати, що ресурс усіх розглянутих вище багатоваріантних задач на рівнобічні трапеції, де діагональ є бісектрисою, на різносторонні трикутники з тем «Декартові координати і вектори», на різносторонні трикутники з тем «Теорема Піфагора», «Подібність фігур», «Розв'язування трикутників», «Площі фігур», «Формули тригонометрії» і які вчитель може використати у своїй роботі, становить:

$$68 \cdot 30 \cdot 30 + 12 \cdot 30 \cdot 30 + 8 \cdot 60 \cdot 30 + 30 \cdot 60 \cdot 30 = 140\,400$$

однотипних варіантів задач.

Пояснимо методичну технологію складання тексту однотипних багатоваріантних задач на задачах на рівнобічні трапеції, в які можна вписати коло.

Для складання тексту однотипних багатоваріантних задач використаємо таблицю піфагорових трійок, в яких гіпотенуза не більша від 100 (усього 52 трикутники). Помінявши катети місцями в цих трійках, наприклад 3, 4, 5 і 4, 3, 5, одержимо ще 52 трикутники (усього 104 трикутники). Така заміна дає можливість збільшити кількість побудованих рівнобічних трапецій до 104 штук, які ми розглянемо далі.

Будуємо рівнобічні трапеції так, щоб зліва і справа були рівні піфагорові трикутники, а між ними — прямокутник, ширина якого дорівнює вертикальному катетові трикутника (висота трапеції), довжина прямокутника (менша основа трапеції) — різниці гіпотенузи і горизонтального катета. Тоді більша основа — сумі довжин горизонтального катета і гіпотенузи (*див. рис. 4*).

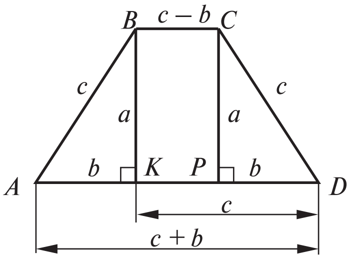

Рис. 4

$$AB + BC = c + c = 2c.$$

$$AD + BC = \big(b + (c - b) + b\big) + (c - b) = 2c.$$

$$\frac{AD + BC}{2} = KD = c\,.$$

Таким чином, використовуючи результат таблиці піфагорових трійок і міняючи місцями катети, можна побудувати 104 рівнобічні трапеції, в які можна вписати коло.

У цих трапеціях усі сторони, висота, що дорівнює діаметру кола, вписаного у трапецію, середня лінія, що дорівнює бічній стороні, і площа будуть виражатись натуральними числами, а діагональ і радіус кола, описаного навколо трапеції, — ірраціональними числами.

Для складання текстів багатоваріантних однотипних задач складемо табл. 3. Зі 104 трапецій (104 варіанти) розглянемо 32 трапеції (32 варіанти). Читач може самостійно доповнити табл. 3 іншими рівнобічними трапеціями, збільшивши цим кількість варіантів однотипних задач, які будемо одержувати далі, використовуючи числові значення табл. 3.

У табл. 3 заносимо основи a і b ($a < b$), бічну сторону c, висоту h, радіус кола, вписаного у трапецію r, площу трапеції S, діагональ трапеції d і радіус кола, описаного навколо трапеції R.

Таблиця 3

№	a	b	c	h	$r = \frac{h}{2}$	$S = ch$	$d = \sqrt{c^2 + h^2}$	R
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	2	8	5	4	2	20	$\sqrt{41}$	$\frac{5\sqrt{41}}{8}$
2	1	9	5	3	$1\frac{1}{2}$	15	$\sqrt{34}$	$\frac{5\sqrt{34}}{6}$
3	8	18	13	12	6	156	$\sqrt{313}$	$\frac{13\sqrt{313}}{24}$
4	1	25	13	5	$2\frac{1}{2}$	65	$\sqrt{194}$	$\frac{13\sqrt{194}}{10}$
5	2	18	10	6	3	60	$2\sqrt{34}$	$\frac{5\sqrt{34}}{3}$
6	4	16	10	8	4	80	$2\sqrt{41}$	$\frac{5\sqrt{41}}{4}$
7	18	32	25	24	12	600	$\sqrt{1201}$	$\frac{25\sqrt{1201}}{48}$
8	1	49	25	7	$3\frac{1}{2}$	175	$\sqrt{674}$	$\frac{25\sqrt{674}}{14}$
9	9	25	17	15	$7\frac{1}{2}$	255	$\sqrt{514}$	$\frac{17\sqrt{514}}{30}$
10	2	32	17	8	4	136	$\sqrt{353}$	$\frac{17\sqrt{353}}{16}$
11	6	24	15	12	6	180	$3\sqrt{41}$	$\frac{15\sqrt{41}}{8}$
12	3	27	15	9	$4\frac{1}{2}$	135	$3\sqrt{34}$	$\frac{5\sqrt{34}}{2}$
13	32	50	41	40	20	1640	$\frac{5\sqrt{3081}}{16}$	$\frac{41\sqrt{3081}}{40}$
14	1	81	41	9	$4\frac{1}{2}$	369	$\sqrt{1762}$	$\frac{41\sqrt{1762}}{18}$
15	16	36	26	24	12	624	$2\sqrt{313}$	$\frac{13\sqrt{313}}{12}$
16	2	50	26	10	5	260	$2\sqrt{194}$	$\frac{13\sqrt{194}}{5}$
17	50	72	61	60	30	3660	$\sqrt{7321}$	$\frac{61\sqrt{7321}}{120}$
18	1	121	61	11	$5\frac{1}{2}$	671	$\sqrt{3842}$	$\frac{61\sqrt{3842}}{22}$

Закінчення табл. 3

1	2	3	4	5	6	7	8	9
19	8	32	20	16	8	320	$4\sqrt{41}$	$\frac{5\sqrt{41}}{2}$
20	4	36	20	12	6	240	$4\sqrt{34}$	$\frac{10\sqrt{34}}{3}$
21	25	49	37	35	$17\frac{1}{2}$	1295	$\sqrt{2594}$	$\frac{37\sqrt{2594}}{70}$
22	2	72	37	12	6	444	$\sqrt{1513}$	$\frac{37\sqrt{1513}}{24}$
23	72	98	85	84	42	7140	$\sqrt{14281}$	$\frac{85\sqrt{14281}}{168}$
24	1	169	85	13	$6\frac{1}{2}$	1105	$\sqrt{7394}$	$\frac{85\sqrt{7394}}{26}$
25	36	64	50	48	24	2400	$2\sqrt{1201}$	$\frac{25\sqrt{1201}}{24}$
26	2	98	50	14	7	700	$2\sqrt{674}$	$\frac{25\sqrt{674}}{7}$
27	10	40	25	20	10	500	$5\sqrt{41}$	$\frac{25\sqrt{41}}{8}$
28	5	45	25	15	$7\frac{1}{2}$	375	$5\sqrt{34}$	$\frac{25\sqrt{34}}{6}$
29	24	54	39	36	18	1404	$3\sqrt{313}$	$\frac{13\sqrt{313}}{8}$
30	3	75	39	15	$7\frac{1}{2}$	1585	$3\sqrt{194}$	$\frac{39\sqrt{194}}{10}$
31	18	50	34	30	15	1020	$2\sqrt{514}$	$\frac{17\sqrt{514}}{15}$
32	4	64	34	16	8	544	$2\sqrt{353}$	$\frac{17\sqrt{353}}{8}$

Користуючись результатами табл. 3, вчитель може складати тексти різноманітних багатоваріантних однотипних задач на обчислення, задач, що зводяться до складання рівнянь і систем рівнянь, задач на використання формул тригонометрії і подібності фігур. Далі будемо розглядати приклади складання тексту однотипних різнорівневих багатоваріантних задач, де, використовуючи результати варіанта 1 і варіанта 2, табл. 3, можна прогнозувати відповіді до кожної задачі.

142•. Основи рівнобічної трапеції, в яку можна вписати коло, дорівнюють N см і $9N$ см. Знайдіть висоту трапеції.

Відповідь. $3N$ см.

143•. Основи рівнобічної трапеції, в яку вписано коло, дорівнюють $2N$ см і $8N$ см. Знайдіть площу трапеції.

Відповідь. $20N^2$ см^2.

144•. Площа рівнобічної трапеції дорівнює $15N^2$ см^2, а довжина кола, вписаного в цю трапецію, дорівнює $3\pi N$ см. Знайдіть основи трапеції.

Відповідь. N см і $9N$ см.

145•. Площа круга, вписаного в рівнобічну трапецію, дорівнює $4\pi N^2$ см^2, а її діагональ — $\sqrt{41}N$ см. Знайдіть периметр трапеції.

Відповідь. $20N$ см.

146•. Довжина кола, вписаного в рівнобічну трапецію, дорівнює $3\pi N$ см. Діагональ трапеції — $N\sqrt{34}$ см. Знайдіть основи трапеції.

Відповідь. N см і $9N$ см.

147•. Довжина кола, вписаного в рівнобічну трапецію, дорівнює $4\pi N$ см, а діагональ трапеції — $N\sqrt{41}$ см. Знайдіть площу трапеції.

Відповідь. $20N^2$ см^2.

148••. Основи рівнобічної трапеції дорівнюють N см і $9N$ см. Знайдіть площу круга, описаного навколо трапеції, якщо в цю трапецію можна вписати коло.

Відповідь. $23\frac{11}{18}\pi N^2$ см^2.

149•. Знайдіть площу круга, вписаного в рівнобічну трапецію, якщо її основи дорівнюють $2N$ см і $8N$ см.

Відповідь. $4\pi N^2$ см^2.

150••. Площа круга, вписаного в рівнобічну трапецію, дорівнює $2{,}25\pi N^2$ см^2, а її бічна сторона — $5N$ см. Знайдіть синус кута між діагоналями трапеції.

Відповідь. $\frac{15}{17}$.

151•. Основи рівнобічної трапеції, в яку вписано коло, дорівнює $2N$ см і $8N$ см. Знайдіть тангенс кута між діагоналлю і більшою основою.

Відповідь. 0,8.

152•. Основи рівнобічної трапеції, в яку вписано коло, дорівнюють N см і $9N$ см. Знайдіть тангенс гострого кута трапеції.

Відповідь. 0,75.

153••. Периметр рівнобічної трапеції, в яку вписано коло, дорівнює $20N$ см, а косинус гострого кута — 0,8. Знайдіть площу трапеції.

Відповідь. $15N^2$ см^2.

154•. Бічна сторона рівнобічної трапеції, в яку вписано коло, дорівнює $5N$ см, а більша основа — $8N$ см. Діагональ поділяє трапецію на два трикутники. Знайдіть площу меншого трикутника.

Відповідь. $4N^2$ см^2.

155•. Площа круга, вписаного в рівнобічну трапецію, дорівнює $2{,}25\pi N^2$ см^2, а бічна сторона — $5N$ см. Знайдіть основи трапеції.

Відповідь. N см і $9N$ см.

156•. Основи рівнобічної трапеції, в яку вписано коло, дорівнюють $2N$ см і $8N$ см. Знайдіть радіус цього кола і площу трапеції.

Відповідь. $2N$ см; $20N^2$ см^2.

157•. Довжина кола, вписаного в рівнобічну трапецію, дорівнює $3\pi N$ см, а різниця основ — 8 см. Знайдіть периметр і площу трапеції.

Відповідь. $20N$ см; $15N^2$ см^2.

158•. У рівнобічній трапеції, в яку вписано коло, бічна сторона дорівнює $5N$ см. Діагональ трапеції ділить середню лінію трапеції на відрізки, різниця між якими дорівнює $4N$ см. Знайдіть основи трапеції і її діагональ.

Відповідь. N см; $9N$ см; $N\sqrt{34}$ см.

159••. Коло, вписане в рівнобічну трапецію, точкою дотику ділить бічну сторону на відрізки N см і $4N$ см. Знайдіть:

1) відстань від центра кола до вершин трапеції;

2) площу трикутника, утвореного бічною стороною і відрізками, що сполучають центр кола з кінцями бічної сторони;

3) площу круга, вписаного в цю трапецію.

Відповідь.

1) $N\sqrt{5}$ см; $2N\sqrt{5}$ см;

2) $5N^2$ см^2;

3) $4\pi N^2$ см^2.

160••. Відрізок, що сполучає центр кола, вписаного в рівнобічну трапецію, з вершиною гострого кута трапеції, дорівнює $2N\sqrt{5}$ см і утворює з більшою основою кут, тангенс якого дорівнює 0,5. Знайдіть основи і площу трапеції.

Відповідь. $2N$ см; $8N$ см; $20N^2$ см^2.

161••. Бічна сторона рівнобічної трапеції, в яку вписано коло, дорівнює $5N$ см, а площа правильного трикутника, вписаного в це коло, — $3\sqrt{3}N$ см^2. Знайдіть довжину кола, описаного навколо цієї трапеції.

Відповідь. $1{,}25\sqrt{41}\pi N$ см.

162••. Діагональ рівнобічної трапеції, в яку вписано коло, дорівнює $N\sqrt{41}$ см, а площа правильного шестикутника, вписаного в це коло, — $6N^2\sqrt{3}$ см^2.

Знайдіть відношення радіуса кола, описаного навколо трапеції, до діагоналі трапеції.

Відповідь. 5 : 8.

163••. Діагональ рівнобічної трапеції, в яку вписано коло, дорівнює $N\sqrt{34}$ см, а периметр квадрата, вписаного в це коло, — $6N\sqrt{2}$ см.

Знайдіть площу трапеції і відношення радіуса кола, описаного навколо трапеції, до діагоналі трапеції.

Відповідь. $15N^2$ см^2; 5 : 6.

164••. Основи рівнобічної трапеції, в яку вписано коло, дорівнюють $2N$ см і $8N$ см. Знайдіть довжини відрізків діагоналей, на які поділяються діагоналі їх точкою перетину.

Відповідь. $0{,}2N\sqrt{41}$ см; $0{,}8N\sqrt{41}$ см.

165••. Відрізки, що сполучають центр кола, вписаного в рівнобічну трапецію, з вершиною гострого й тупого кута трапеції відповідно дорівнюють $1{,}5N\sqrt{10}$ см і $0{,}5N\sqrt{10}$ см, а висота трапеції — $3N$ см. Знайдіть площу трапеції і радіус кола, описаного навколо трапеції.

Відповідь. $15N^2$ см^2; $\frac{5\sqrt{34}}{6}N$ см.

166•. Основи рівнобічної трапеції, в яку вписано коло, дорівнюють $2N$ см і $8N$ см. Знайдіть синус кута між діагоналями трапеції.

Відповідь. $\frac{40}{41}$.

167••. Коло, вписане в рівнобічну трапецію, точкою дотику ділить бічну сторону на відрізки $0{,}5N$ см і $4{,}5N$ см, рахуючи від вершини тупого кута. Знайдіть площу трапеції і радіус кола, описаного навколо трапеції.

Відповідь. $15N^2$ см^2; $\frac{5\sqrt{34}}{6}N$ см.

168••. Бічна сторона рівнобічної трапеції, в яку вписано коло, дорівнює $5N$ см. Периметр чотирикутника, одержаного послідовним сполученням середин сторін цієї трапеції, — $2N\sqrt{34}$ см. Знайдіть довжину кола.

Відповідь. $3\pi N$ см.

169••. Відношення основ рівнобічної трапеції, в яку вписано коло, дорівнює 1 : 4, а бічна сторона — $5N$ см. Середини сторін трапеції сполучено відрізками і в здобутий чотирикутник вписали коло. Знайдіть різницю площ вписаних кругів.

Відповідь. $\frac{64}{41}\pi N^2$ см^2.

170••. Точки K, M, N і P — середини відрізків діагоналей рівнобічної трапеції, в яку вписано коло. Бічна сторона цієї трапеції дорівнює $5N$ см. У чотирикутник $KMNP$ вписано коло. Знайдіть площу трапеції, якщо різниця довжин вписаних кіл дорівнює $1{,}5N$ см.

Відповідь. $20N^2$ см^2.

171••. Точки K, M, N і P — середини відрізків діагоналей рівнобічної трапеції, в яку вписано коло. Основи цієї трапеції відносяться як 1 : 9, а бічна сторона дорівнює $5N$ см. Знайдіть довжину кола, вписаного в чотирикутник $KMNP$.

Відповідь. $1{,}5\pi N$ см.

172••. Довжина кола, вписаного в рівнобічну трапецію, дорівнює $4\pi N$ см, основи її відносяться як 1 : 4. Знайдіть сторони цієї трапеції.

Відповідь. $2N$ см; $8N$ см; $5N$ см; $5N$ см.

173••. У рівнобічній трапеції, в яку можна вписати коло, діагональ дорівнює $N\sqrt{34}$ см, а бічна сторона — $5N$ см. Знайдіть основи трапеції і її площу.

Відповідь. N см; $9N$ см; $15N^2$ см^2.

174••. Площа рівнобічної трапеції, в яку можна вписати коло, дорівнює $20N^2$ см^2, а її бічна сторона — $5N$ см. Знайдіть основи й довжину вписаного кола.

Відповідь. $2N$ см; $8N$ см; $4\pi N$ см.

175••. Точка дотику кола, вписаного в рівнобічну трапецію, ділить бічну сторону трапеції у відношенні 1 : 4, рахуючи від вершини тупого кута. Знайдіть сторони трапеції, якщо її площа дорівнює $20N^2$ см^2.

Відповідь. $2N$ см; $8N$ см; $5N$ см; $5N$ см.

176••. Точка дотику кола, вписаного в рівнобічну трапецію, ділить бічну сторону трапеції у відношенні 1 : 9, рахуючи від вершини тупого кута. Знайдіть сторони трапеції, якщо її діагональ дорівнює $N\sqrt{34}$ см.

Відповідь. N см; $9N$ см; $5N$ см; $5N$ см.

177••. Точка дотику кола, вписаного в рівнобічну трапецію, ділить бічну сторону трапеції у відношенні 1 : 9, рахуючи від вершини тупого кута. Знайдіть довжину вписаного кола, якщо довжина кола, описаного навколо трапеції, дорівнює $\frac{5\sqrt{34}}{6}N$ см.

Відповідь. $3\pi N$ см.

178••. Точка дотику кола, вписаного в рівнобічну трапецію, ділить бічну сторону трапеції у відношенні 1 : 4, рахуючи від вершини тупого кута. Знайдіть площу круга, описаного навколо трапеції, якщо довжина вписаного кола дорівнює $4\pi N$ см.

Відповідь. $16{,}015625\pi N^2$ см^2.

179••. Площа круга, вписаного в рівнобічну трапецію $ABCD$ ($AD \parallel BC$, $AD > BC$), дорівнює $4\pi N^2$ см^2, а площа трапеції — $20N^2$ см^2. Бічні сторони AB і CD продовжені до перетину в т. O. Знайдіть периметр трикутника AOD.

Відповідь. $21\frac{1}{3}N$ см.

180••. Довжина кола, вписаного в рівнобічну трапецію $ABCD$ ($AD \parallel BC$, $AD > BC$), дорівнює $4\pi N$ см, а площа трапеції — $20N^2$ см^2. Бічні сторони AB і CD продовжені до перетину в точці O. Знайдіть довжину кола, вписаного в трикутник BOC.

Відповідь. πN см.

181••. Площа рівнобічної трапеції, в яку вписано коло, дорівнює $15N^2$ см², а тангенс гострого кута трапеції — 0,75. Знайдіть бічну сторону й діагональ трапеції.

Відповідь. $5N$ см; $N\sqrt{34}$ см.

182••. У рівнобічній трапеції, в яку можна вписати коло, висота, проведена із вершини тупого кута, ділить основу на відрізки $3N$ і $5N$ см. Знайдіть площу трапеції і радіус кола, описаного навколо трапеції.

Відповідь. $20N^2$ см²; $\frac{5\sqrt{41}}{8}N$ см.

183••. У рівнобічній трапеції, в яку вписано коло, середня лінія дорівнює $5N$ см, а різниця основ — $8N$ см. Знайдіть довжину вписаного кола.

Відповідь. $3\pi N$ см.

184••. Периметр рівнобічної трапеції, в яку вписано коло, дорівнює $20N$ см, а основи відносяться як 1 : 4. Знайдіть радіус кола, описаного навколо трапеції.

Відповідь. $\frac{5\sqrt{41}}{8}N$ см.

185••. Довжина кола, вписаного в рівнобічну трапецію, дорівнює $3\pi N$ см, а її основи відносяться як 1 : 9. Знайдіть площу круга, описаного навколо трапеції.

Відповідь. $23\frac{11}{18}\pi N^2$ см².

186•. Периметр рівнобічної трапеції, в яку можна вписати коло, дорівнює $20N$ см, а її бічна сторона на $3N$ см довша за меншу основу трапеції. Знайдіть площу трапеції.

Відповідь. $20N^2$ см².

187•. Периметр рівнобічної трапеції, в яку можна вписати коло, дорівнює $20N$ см, а її більша основа в 1,8 раза більша за бічну сторону. Знайдіть площу трапеції і довжину кола, вписаного у трапецію.

Відповідь. $15N^2$ см²; $3\pi N$ см.

188••. Площа круга, вписаного в рівнобічну трапецію, дорівнює $2{,}25\pi N^2$ см², а різниця основ — $8N$ см. Знайдіть площу трапеції і її діагональ.

Відповідь. $15N^2$ см²; $N\sqrt{34}$ см.

189••. Периметр і площа рівнобічної трапеції, в яку можна вписати коло, відповідно дорівнюють $20N$ см і $20N^2$ см². Знайдіть сторони й діагональ трапеції.

Відповідь. $2N$ см; $8N$ см; $5N$ см; $5N$ см; $N\sqrt{41}$ см.

190••. Точка дотику кола, вписаного в рівнобічну трапецію, ділить бічну сторону у відношенні 1 : 9, а периметр трапеції дорівнює $20N$ см. Знайдіть площу трапеції і довжину кола, описаного навколо трапеції.

Відповідь. $15N^2$ см²; $\frac{5\sqrt{34}}{3}\pi N$ см.

191••. Бічна сторона й діагональ рівнобічної трапеції, в яку можна вписати коло, відповідно дорівнюють $5N$ см і $N\sqrt{41}$ см. Знайдіть основи трапеції і її площу.

Відповідь. $2N$ см; $8N$ см; $20N^2$ см².

Аналогічні тексти умов задач на рівнобічні трапеції, в які можна вписати коло, можна скласти, використовуючи числові значення інших 30 рівнобічних трапецій (табл. 3, варіанти 3–32).

Неважко підрахувати, що ресурс усіх розглянутих задач на рівнобічні трапеції, в які можна вписати коло і які вчитель може використати у своїй роботі з 30 учнями класу, становить: $50\cdot 32\cdot 30 = 48\,000$ однотипних варіантів задач.

Отже, легко пересвідчитись, що ресурс усіх планіметричних багатоваріантних однотипних задач на рівнобічні трапеції всіх видів і різносторонні трикутники, які вчитель може використати у своїй роботі, становить: $144\,000 + 48\,000 = 188\,000$ однотипних варіантів задач.

Використовуючи числові значення табл. 1, табл. 2 і табл. 3, можна складати тексти багатоваріантних однотипних задач з прогнозованими відповідями з курсу стереометрії.

Для прикладу розглянемо тексти деяких стереометричних багатоваріантних задач.

192•. Основи рівнобічної трапеції дорівнюють $a = 4N$ см, $b = 14N$ см, а бічна сторона $c = 13N$ см. Відстань від точки простору до вершин трапеції дорівнює

$$RN\sqrt{2} = 8{,}125N\sqrt{2} \text{ см}.$$

Знайдіть відстань від цієї точки до площини трапеції.

Відповідь. $8\frac{1}{8}N$ см.

193•. В основі піраміди лежить рівнобічна трапеція, основи якої $4N$ см і $14N$ см, а бічна сторона — $13N$ см. Всі бічні ребра піраміди нахилені до площини основи під кутом 60°. Знайдіть бічне ребро.

Відповідь. $16\frac{1}{4}N$ см.

194•. Сторони трикутника дорівнюють $13N$ см, $4N$ см і $15N$ см. Відстань від точки простору до вершин трикутника дорівнює $8\frac{1}{8}N\sqrt{2}$ см. Знайдіть відстань від цієї точки до площини трикутника.

Відповідь. $8\frac{1}{8}N$ см.

195•. Сторони трикутника дорівнюють $13N$ см, $4N$ см і $15N$ см. Точка простору рівновіддалена від усіх сторін трикутника на відстань $1{,}5N\sqrt{2}$ см. Знайдіть відстань від цієї точки до площини трикутника.

Відповідь. $1{,}5N$ см.

196•. В основі піраміди лежить трикутник зі сторонами $13N$ см, $4N$ см і $15N$ см. Всі двогранні кути при основі піраміди дорівнюють по 45°. Знайдіть висоту піраміди.

Відповідь. $1{,}5N$ см.

197•. В основі піраміди лежить трикутник зі сторонами $13N$ см, $4N$ см і $15N$ см. Всі бічні ребра піраміди утворюють з висотою піраміди кути по $30°$. Знайдіть бічне ребро.

Відповідь. $2\cdot 8\frac{1}{8}N = 16\frac{1}{4}N$ см.

198•. В основі піраміди лежить трикутник зі сторонами $13N$ см, $14N$ см і $15N$ см. Всі двогранні кути при основі рівні. Площа бічної поверхні піраміди дорівнює $2SN^2 = 2\cdot 84N^2$ см². Знайдіть величину двогранного кута при основі.

Відповідь. $60°$.

199•. В основі піраміди, бічні грані якої нахилені до площини основи під кутом $60°$, лежить трикутник зі сторонами $13N$ см, $4N$ см і $15N$ см. Знайдіть площу бічної поверхні конуса, вписаного в цю піраміду.

Відповідь. $4{,}5\pi N^2$ см².

200•. В основі прямої призми лежить рівнобічна трапеція з основами $4N$ см, $14N$ см і бічною стороною $15N$ см. Висота призми дорівнює $\frac{1}{N}$ см. Знайдіть площу бічної поверхні циліндра, описаного навколо призми.

Відповідь. $2\pi RN\cdot\frac{1}{N} = 2\pi R =$

$= 2\pi\cdot 8\frac{1}{8} = 16\frac{1}{4}\pi$ см².

201•. Основи рівнобічної трапеції дорівнюють $2N$ см і $8N$ см. Точка P рівновіддалена від усіх сторін трапеції на відстань $N\sqrt{5}$ см. Знайдіть відстань від точки P до площини трапеції.

Відповідь. N см.

202•. В основі піраміди лежить рівнобічна трапеція з основами $2N$ см і $8N$ см. Всі двогранні кути при основі піраміди дорівнюють по $60°$. Знайдіть апофему піраміди.

Відповідь. $2rN = 4N$ см.

203• В основі піраміди лежить рівнобічна трапеція з основами N см і $9N$ см. Всі двогранні кути при основі піраміди рівні. Площа бічної поверхні піраміди дорівнює $2SN^2 = 30N^2$ см². Знайдіть величину двогранного кута при основі.

Відповідь. $60°$.

204•. Точка М рівновіддалена від усіх сторін рівнобічної трапеції на відстань $2\sqrt{2}N$ см. Знайдіть відстань від точки M до площини трапеції, якщо її основи дорівнюють $2N$ см і $8N$ см.

Відповідь. $rN = 2N$ см.

Діагональ кожної із рівнобічних трапецій табл. 3 розбиває її на 2 різносторонні трикутники. Користуючись цією таблицею, всього можна розглянути 32 гострокутних і 32 тупокутних різносторонніх трикутники. Площі цих трикутників виражаються раціональними числами і мають по однаковій висоті, яка дорівнює висоті відповідної трапеції, а також у них однаковий радіус кола, описаного навколо трикутника.

Розглянемо деякі багатоваріантні задачі на різносторонні трикутники, умови яких і прогнозовані відповіді до них можна скласти, користуючись результатами табл. 3 (варіант 2). Аналогічні тексти умов задач учитель може скласти, використовуючи інші варіанти табл. 3.

205••. Сторони трикутника дорівнюють $a = 9N$ см, $c = 5N$ см, $d = N\sqrt{34}$ см. Обчисліть площу трикутника:

а) за формулою $S = 0{,}5ah$ (h знайдіть за теоремою Піфагора);

б) за формулою $S = 0{,}5ac\sin\alpha$ ($\sin\alpha$ знайдіть за теоремою cos і формулою $\sin\alpha = \sqrt{1-\cos^2\alpha}$);

в) за формулою Герона.

Відповідь. $0{,}5ah = 0{,}5\cdot 9N\cdot 3N =$ $= 13{,}5N^2$ см².

206•. Сторони трикутника дорівнюють $b = N$ см, $c = 5N$ см, $d = N\sqrt{34}$ см. Знайдіть площу трикутника:

а) за формулою $S = 0{,}5bh$ (h знайдіть за теоремою Піфагора);

б) за формулою Герона.

Відповідь. $0{,}5bh = 0{,}5N\cdot 3N =$ $= 1{,}5N^2$ см².

207••. Сторони трикутника дорінюють $b = N$ см, $c = 5N$ см, $d = N\sqrt{34}$ см. Знайдіть найбільшу висоту трикутника:

а) за теоремою косинусів і розв'язуванням прямокутного трикутника;

б) за площею трикутника, яку обчисліть за формулою Герона.

Відповідь. $3N$ см.

208•. Сторони трикутника дорінюють $a = 9N$ см, $c = 5N$ см, $d = N\sqrt{34}$ см. Знайдіть найменшу висоту трикутника, використавши теорему Піфагора.

Відповідь. $3N$ см.

209•. Сторони трикутника дорівнюють $a = 9N$ см, $c = 5N$ см, $d = N\sqrt{34}$ см. Знайдіть радіус кола, описаного навколо трикутника.

Відповідь. $R = \frac{5\sqrt{34}}{6}N$ см.

210•. Сторони трикутника дорівнюють $b = N$ см, $c = 5N$ см, $d = N\sqrt{34}$ см. Знайдіть радіус кола, описаного навколо трикутника.

Відповідь. $R = \frac{5\sqrt{34}}{6}N$ см.

211••. Сторони різностороннього трикутника дорівнюють $9N$ см і $5N$ см. Знайдіть третю сторону трикутника, якщо його площа дорівнює $13{,}5N^2$. Визначте вид трикутника.

Відповідь. $N\sqrt{34}$ см; гострокутний.

212••. Сторони різностороннього трикутника дорівнюють N см і $5N$ см, а його площа — $1{,}5N^2$ см². Знайдіть третю сторону трикутника. Визначте вид трикутника.

Відповідь. $N\sqrt{34}$ см, тупокутний.

213°. У гострокутному трикутнику одна сторона дорівнює $9N$ см, а висота, проведена до неї, і друга сторона відповідно дорівнюють $3N$ см і $N\sqrt{34}$ см. Знайдіть третю сторону трикутника.

Відповідь. $5N$ см.

214••. Радіус кола, описаного навколо трикутника, дорівнює $\frac{5\sqrt{34}}{6}N$ см, а дві його сторони N см і $5N$ см. Знайдіть найбільшу висоту трикутника.

Відповідь. $3N$ см

215••. Радіус кола, описаного навколо трикутника, дорівнює $\frac{5\sqrt{34}}{6}N$ см, а дві його сторони $9N$ см і $5N$ см. Знайдіть найменшу висоту трикутника.

Відповідь. $3N$ см.

216°. У трикутнику ABC $BC = N\sqrt{34}$ см, $\sin\angle A = 0{,}6$, $\sin\angle C = \frac{3}{\sqrt{34}}$. Знайдіть AB.

Відповідь. $AB = 5N$ см.

217°. У трикутнику ABC $AB = N$ см, $\cos\angle A = \frac{5}{\sqrt{34}}$, $AC = N\sqrt{34}$ см. Знайдіть BC.

Відповідь. $BC = 5N$ см.

218•. У трикутнику ABC $BC = N\sqrt{34}$ см, $\cos\angle A = 0{,}8$, $AC = 9N$ см. Знайдіть AB.

Відповідь. $AB = 5N$ см.

219•. У трикутнику ABC $AC = N\sqrt{34}$ см, $\cos\angle B = -0{,}8$, $BC = 5N$ см. Знайдіть AB.

Відповідь. $AB = N$ см.

220••. У трикутнику ABC

$$BC = N\sqrt{34}\text{ см},\ \cos\angle A = 0{,}8,$$
$$AC - AB = 4N\text{ см}.$$

Знайдіть AB і AC.

Відповідь. $AB = 5N$ см; $AC = 9N$ см.

221••. У трикутнику ABC

$$AC = N\sqrt{34}\text{ см},\ \cos\angle B = -0{,}8,$$
$$AB : BC = 0{,}2.$$

Знайдіть AB і BC.

Відповідь. $AB = N$ см; $BC = 5N$ см.

Розмістивши гострокутний і тупокутний трикутники, які утворює діагональ трапеції (табл. 3, варіант 2), у прямокутну систему координат так, щоб вісь ординат співпадала з меншою висотою першого трикутника і більшою висотою другого трикутника, і, визначивши відповідним чином координати вершин цих трикутників, можна складати умови багатоваріантних задач з прогнозованими відповідями на координатний метод і вектори.

222°. Трикутник ABC задано координатами його вершин $A(-4+N; N)$, $B(N; 3+N)$, $C(5+N; N)$.

Знайдіть периметр трикутника.

Відповідь. $14+\sqrt{34}$ см.

223°. Трикутник ABC задано координатами його вершин $A(-5+N; 3+N)$, $B(-4+N; 3+N)$, $C(N; N)$.

Знайдіть периметр трикутника.

Відповідь. $6+\sqrt{34}$ см.

224•. Трикутник ABC задано координатами його вершин $A(-4+N; N)$, $B(N; 3+N)$, $C(5+N; N)$.

Знайдіть медіану трикутника, проведену з вершини В.

Відповідь. $\frac{\sqrt{37}}{2}$.

225•. Трикутник ABC задано координатами його вершин

$$A(-5+N; 3+N),\ B(-4+N; 3+N),$$
$$C(N; N).$$

Знайдіть медіану трикутника, проведену з вершини С.

Відповідь. $\frac{\sqrt{93}}{2}$ см.

226••. Трикутник ABC задано координатами його вершин

$$A(-4+N; N),\ B(N; 3+N),$$
$$C(5+N; N).$$

Знайдіть косинус найменшого кута трикутника.

Відповідь. 0,6.

227••. Трикутник ABC задано координатами його вершин $A(-5+N; 3+N)$, $B(-4+N; 3+N)$, $C(N; N)$.

Знайдіть косинус найбільшого кута трикутника.

Відповідь. – 0,8.

228••. Трикутник ABC задано координатами його вершин $A(-4+N; N)$, $B(N; 3+N)$, $C(5+N; N)$.

Знайдіть координати точки перетину медіан трикутника.

Відповідь. $\left(\frac{1}{3}+N;\ 1+N\right)$.

229••. Трикутник ABC задано координатами його вершин $A(-5+N; 3+N)$, $B(-4+N; 3+N)$, $C(N; N)$.

Знайдіть координати точки перетину медіан трикутника.

Відповідь. $(-3+N;\ 2+N)$.

230••. Трикутник ABC задано координатами його вершин

$$A(-4+N; N),\ B(N; 3+N),$$
$$C(5+N; N).$$

Знайдіть площу трикутника.

Відповідь. 13,5.

231••. Трикутник ABC задано координатами його вершин

$$A(-5+N; 3+N),$$
$$B(-4+N; 3+N),\ C(N; N).$$

Знайдіть площу трикутника.

Відповідь. 1,5.

Легко пересвідчитись, що ресурс усіх розглянутих вище багатоваріантних задач на різносторонні трикутники, які містяться в табл. 3 і які вчитель може використати у своїй роботі в класі, де 30 учнів, становитиме $28\cdot 32\cdot 30 = 26\,880$ варіантів задач.

Розглянуті в статті багатоваріантні задачі універсальні.

При $N=1$ учитель у своїй роботі може використати їх, як одноваріантні (одноразові), і цим вони будуть схожі на задачі інших авторів навчальних посібників з математики.

При $N=1,\ 2,\ 3$ або 4 ці задачі можна використовувати як тренувальні вправи для формування в учнів умінь і навичок розв'язування однотипних задач як у класі, так і вдома.

При $N=1,\ 2,\ 3,\ \ldots,\ 30$ (N — кількість учнів класу) можна індивідуалізувати домашні завдання з можливим їх оцінюванням, як домашні контрольні роботи. Залежно від складу учнів, навчальних можливостей класу, теми й кількості годин, відведених на її вивчення, вчитель може, використовуючи тексти цих задач, задавати різну кількість варіантів на самостійній або класній контрольній роботі, змінювати порядкові номери учнів тощо.

Детально ознайомитись з технологією складання тексту однотипних багатоваріантних задач із використанням порядкового номера учня у класному журналі читач може в таких статтях і навчальних посібниках.

1. Цуренко С. П. Подолання «задачного» дефіциту в шкільному курсі математики // Математика. — 2002. — № 19.
2. Цуренко С. П. Дидактичні матеріали // Математика в школі. — 2002. — №2.
3. Цуренко С. П. Алгебра і початки аналізу. Геометрія. 10 клас. Багатоваріантні контрольні, самостійні, класні і домашні роботи: Тематичне оцінювання. — Тернопіль: Навчальна книга–Богдан, 2004.
4. Цуренко С. П. Алгебра і початки аналізу. Геометрія. 11 клас. Багатоваріантні контрольні, самостійні, класні і домашні роботи.: Тематичне оцінювання. — Тернопіль: Навчальна книга–Богдан, 2004.
5. Цуренко С. П. Алгебра. Геометрія. 8 клас. Багатоваріантні контрольні, самостійні, класні і домашні роботи: Тематичне оцінювання. — Тернопіль: Навчальна книга–Богдан, 2004.
6. Цуренко С. П. Алгебра. Геометрія. 7 клас. Багатоваріантні контрольні, самостійні, класні і домашні роботи: Тематичне оцінювання. — Тернопіль: Навчальна книга–Богдан, 2005.

Усі випущені з друку авторські навчальні посібники з математики вченою радою Сумського обласного інституту післядипломної освіти педагогічних кадрів рекомендовано до запровадження в навчальний процес. Довідкову інформацію про видані посібники читач може знайти в мережі Internet, проглянувши сайт видавництва «Навчальна книга–Богдан», www.bohdan-books.com

У видавництві «Навчальна книга–Богдан» — готуються до друку:

7. Цуренко С. П. Алгебра. Геометрія. 9 клас. Багатоваріантні контрольні, самостійні, класні і домашні роботи: Тематичне оцінювання.
8. Цуренко С. П. Алгебра. Геометрія. 7–9 класи. Багатоваріантні різнорівневі тренувальні вправи для класних робіт і домашніх завдань: Тематичне оцінювання.

Усі навчальні посібники з математики вчителі можуть придбати в регіональних представництвах видавництва «Навчальна книга–Богдан» або безпосередньо замовити книги поштою за адресою:

Видавництво „Навчальна книга–Богдан", „Книга поштою", а/с 529, м.Тернопіль, 46008
тел.(0352) 251809 (для замовлень)
E-mail:publishing@budny.te.ua 16